Edition Open Sources
Sources 10

Alexander S. Blum and Dean Rickles:

Théophile de Donder (1926): Application de la quantification déduite de la Gravifique einsteinienne

DOI: 10.34663/9783945561317-09

In: Alexander S. Blum and Dean Rickles (eds.): *Quantum Gravity in the First Half of the Twentieth Century : A Sourcebook*
Online version at https://edition-open-sources.org/sources/10/

ISBN 978-3-945561-31-7, DOI 10.34663/9783945561317-00
First published 2018 by Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, Edition Open Sources

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de

Chapter 7
Théophile de Donder (1926): Application de la quantification déduite de la Gravifique einsteinienne

Théophile de Donder (1926). Application de la quantification déduite de la Gravifique einsteinienne. *Comptes rendus*, 183: 594–595.

Les considérations ci-dessus montrent que, pour étudier le rendement économique d'un carburant, la connaissance du pouvoir calorifique est absolument insuffisante et qu'il faut introduire la notion du rendement de combustion dans lequel interviennent à la fois la constitution physique du mélange et ses propriétés chimiques vis-à-vis des phénomènes limitateurs de compression.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Application de la quantification déduite de la Gravifique einsteinienne.* Note de M. **Th. De Donder**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note précédente [1] nous avons montré, dans l'espace-temps, comment on pouvait déduire la quantification des systèmes moléculaires de la Gravifique einsteinienne. Nous nous proposons maintenant d'appliquer cette méthode à la quantification d'un électron se mouvant dans un champ gravifique et électromagnétique quelconque.

Reportons-nous à l'équation (360) de la *Gravifique einsteinienne* [2], à savoir

$$(1) \qquad -\mathrm{H} = c^2 m' \mathrm{V}^{-1} \sum_{a=1}^{4} g_{a4} v^a + e' \Phi_4,$$

où e' et m' sont la charge et la masse de l'électron au repos. Supposons que la fonction hamiltonienne H soit indépendante du temps t; alors, H est un invariant du mouvement de l'électron considéré. Posons

$$(2) \qquad -\mathrm{H} \equiv c(\mathrm{E} + c^2 m');$$

en vertu de (1), nous pouvons dire que E est l'énergie totale de l'électron en mouvement, non compris son contenu énergétique $c^2 m'$.

Considérons aussi l'équation (362) de la *Gravifique* citée ci-dessus; à savoir :

$$(3) \qquad \sum_\alpha \sum_\beta g^{\alpha\beta}(p_\alpha - e'\Phi_\alpha)(p_\beta - e'\Phi_\beta) - (c^2 m')^2 = 0 \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4).$$

Remplaçons p_4 par sa valeur $-\mathrm{H}$, c'est-à-dire $c(\mathrm{E} + c^2 m')$; d'où l'équa-

---

(1) Th. De Donder et Fr. H. van den Dungen, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 22-24.

(2) Th. De Donder, *La Gravifique einsteinienne*, Paris, Gauthier-Villars, 1921, p. 85.

tion de Jacobi, en posant $kS = ln\Psi$,

$$(4)\qquad \begin{aligned} I \equiv \sum_i \sum_j g^{ij}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x_i} - e'\Phi_i k\Psi\right)\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x_j} - e'\Phi_j k\Psi\right) \\ + 2k\Psi\sum_i g^{4i}(cE + c^3 m' - e'_4\Phi_4)\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x_i} - e'\Phi_i k\Psi\right) \\ + k^2\Psi^2[g^{44}(cE + c^3 m' - e'\Phi_4)^2 - (c^2 m')^2] = 0 \\ (i, j = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Comme nous l'avons fait dans notre Note citée ci-dessus, annulons la dérivée variationnelle de $I\sqrt{-g}$ par rapport à Ψ; d'où

$$(5)\qquad \begin{aligned} \Delta\Psi - k\Psi\Bigg[e'\mathfrak{D} + k\mathcal{E}e'^2 - k(c^2 m')^2 + kg^{44}(cE + c^3 m' - e'\Phi_4)^2 \\ - 2k\sum g^{4i}(cE + c^3 m' - e'\Phi_4)e'\Phi^i \\ + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i}[g^{4i}(cE + c^3 m' - e'\Phi_4)]\Bigg] = 0. \end{aligned}$$

où nous avons posé

$$(6)\qquad \left\{ \begin{aligned} \Delta\Psi &\equiv \frac{1}{\sqrt{-g}}\sum_i\sum_j \frac{\partial}{\partial x_i}\left(g^{ij}\sqrt{-g}\frac{\partial\Psi}{\partial x_i}\right) \\ \mathfrak{D} &\equiv \frac{1}{\sqrt{-g}}\sum_i\sum_j \frac{\partial}{\partial x_i}(g^{ij}\sqrt{-g}\,\Phi_j) \\ \mathcal{E} &\equiv \sum_i\sum_j g^{ij}\Phi_i\Phi_j \qquad (i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \right.$$

L'équation aux dérivées partielles du second ordre en Ψ fournira la quantification de l'électron considéré.

Comme *exemple*, prenons *un champ de Minkowski* dans lequel l'électron se meut; l'équation (5) devient :

$$(7)\qquad \Delta\Psi - k\Psi\left[e'\left(ke'\mathcal{E}\frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi_4}{\partial t} + k\,2m'e^2\left(E - \frac{e'\Phi^4}{c}\right) + k\left(E - \frac{e'\Phi_4}{c}\right)^2\right)\right] = 0.$$

Si nous supposons enfin que $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0$, on aura, *en première approximation*

$$(8)\qquad \Delta\Psi - k^2\Psi\,2m'c^2(E - V) = 0$$

où l'on a posé $V \equiv \dfrac{e'\Phi_4}{c}$. L'équation (8) est celle utilisée par M. E. Schrödinger [1] dans sa mécanique ondulatoire.

---

[1] E. SCHRÖDINGER, *Annalen der Physik*, 79, 1926, p. 361-376. Voir spécialement équations (5), (23) et (24).