

Edition Open Sources

Sources 8

Stefan Paul Trzeciok:

2. Kapitel des 2. Teils

DOI: 10.34663/9783945561102-14



In: Stefan Paul Trzeciok: *Alvarus Thomas und sein Liber de triplici motu : Band II: Bearbeiteter Text und Faksimile*

Online version at <https://edition-open-sources.org/sources/8/>

ISBN 978-3-945561-10-2, DOI 10.34663/9783945561102-00

First published 2016 by Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, Edition Open Sources under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany Licence. <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/>

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>

Prime partis

tertium.
correlari
um.

pythago
ras.
phis
plinius.

tertio adiecimus merito perfectissimam vocitari
Lut^o probatio est qm in dicta medietate tres fa-
mate pportionalitates reperuntur arithmetica
geometrica, & harmonica. In ista etiā medietate
oēs simplices harmonice cōsonantie reperuntur
¶ Ex his omnibus demū infero oēm scientiā aliā
oīmque artem: philosophie inferuire, etq; ancillari
atq; famulari, vt facile ex his que dicta sunt pspi-
ci potest: & signanter inferuirent ista philosophie,
¶ Pythagore qui astruit celos corpora illa sempi-
terna perpetuo harmonice cōsonantis circūso-
lui teste philospho secundū celi & mundi: & plinio
secundū naturalis historie.

¶ Capitulum secundum in quo pbantur
alique proprietates predictarum ppor-
tionalitatem sue medietatum.

Aducendas mathemathi-
co ordine aliquas pprietates predicta-
rum medietatum: ponende sunt alique
suppositiones: quarū alique erunt diffinitiones:
& alique petentur ppter earū evidentē noticiam:
alique vero probabuntur sit igitur.

Prima suppositio que et diffinitio.

Medium est quod equali inter capidine distat ab
vtrorū extremorum, vt numerus ternarius est medi-
um inter quaternarium et binarium, quia equali
excessu siue equali differentia ab vtrorū illorū di-
stat: puta vnitare.

Secunda suppositio que et diffinitio

Partes aliquote eiusdem denominationis sunt
ille qab eodē numero denominatur vt medietates
a binario: tertie, a ternario, qrtie a quaternario, &c.

Tertia suppositio que etiam diffini-

tio est Aliquā quātitatē continere aliquod equa-
le in aliqua pportione plures adequate quā alia
quantitas idem equale contineat: est illam quāti-
tatem in eadem pportione se habere ad alteram
vt si aliqua quantitas contineat in pportione sex
quialtera adequate plura pedalia quā vna altera
minor talis quantitas se habet ad minorem in p-
portione sexquialtera.

Quarta suppositio Si aliqua quan-

titas vel numerus contineat tota vice secundū nu-
merum: quota vice tertius numerus cōtinet quar-
tum vel tota vice & aliquā vel aliquot partes ali-
quotas eiusdem denominationis quota tertii cō-
tinet quartum & aliquā partem vel aliquot par-
tes aliquotas eius adequate: qualis ē proportio
inter primum et secundum talis est inter tertium & qu-
rtum. ¶ Patet hec suppositio ex diffinitione nume-
rorum habentium ad reliquos eandē pportio-
nem. Sicut tales numeri debent defini vt cōstat.

Quinta suppositio Si duo numeri

vel quantitates diuidantur in partes aliquotas
eiusdem denominationis: quot partes illi? deno-
minationis sunt in vno tot sunt in altero. ¶ Patet
quia si sunt eiusdem denominationis: ab eodē nu-
mero denominantur: vt patet ex secunda supposi-
tione & per consequens sunt equales numero. Tūc
enim alique partes aliquote alicuius quantitatis
denominantur ab aliquo numero: quando talis
quātitas diuiditur in tot partes equales quot sūt
vnitates in tali numero:

Capitulum secundum

Sexta suppositio Si duo numeri

vel quantitates diuidantur in partes aliquotas
eiusdem denominationis: et perdit aliquam vel
aliquod partes aliquotas ex illis vtrorū illozū re-
manentibus aliquibus: residue erunt eiusdē deno-
minationis, vt si bipedale diuidatur in .5. quins-
tas et pedale similiter: & perdit bipedale duas qu-
rtas ex eis: et pedale similiter: residue partes erunt
eiusdē denominationis: pura tertie: vt patet ¶ Pro-
batur quia in principio decremēti ille partes ali-
quote illarum quantitarum sunt equales numero
et equales numero deperdentur ab vtrorū illarū
quantitarum vt ponitur remanentibus aliquibus
ex illis: ergo remanentes manebunt equales nu-
mero. ¶ Patet consequentia qz si ab equalibus nu-
meris equales demas, &c. & p consequens semper
denominabuntur ab equali numero: quare semp
erunt eiusdem denominationis vt patet ex diffini-
tione.

Septima suppositio Qualis est pro-

portio alicuius ad aliquam eius partem aliquo-
tam: talis est cuiuslibet alteri? ad partē aliquotā
eius consilis denominationis, vt qualis est ppor-
tio alicuius quātitatis ad suā medietatē tertiam
quartam, &c. talis est cuiuslibet alterius ad suā me-
diatatem tertiam quartā &c. ¶ Patet hec ex qrtā sup-
positioe hoc aditū qz tres aliq quātitas cōtinet ali-
quam sui partem aliquotā: rones queibet alia
quantitas continet partem sui aliquotam cōsimi-
lis denominationis: cum semper partes aliquote
eiusdem denominationis sint equales numero vt
patet ex quinta suppositioe:

Octaua suppositio Si aliquo duo nu-

meri siue quantitates diuidantur in duas partes
equales: cuiuslibet illozū numerorum ad alterā
illarum suarum partium est eadem pportio. Et si
vtrorū duozū numerorum diuidatur in plures ap-
tes aliquotas eiusdem denominationis quas sint
due: talis est pportio vnius illozū numerorū ad
aggregatū ex omnibus talibus partibus aliquo-
tis dempta vna: qualis est alterius ad aggrega-
tum ex omnibus dempta similiter vna, vt diuiso
senario in tres partes aliquotas: et similiter ter-
nario: talis est pportio ipsius senarii ad aggreg-
gatū ex duabus tertis eius qualis ē ternarii ad
aggregatū ex duabus tertis eius, vt constat.

¶ Probatur suppositio, sint duo numeri siue equa-
les siue inuales, primus, a, b, secundus, c, d, diuisi
si in partes aliquotas eiusdem denominationis
et sit primum numeri vna illarum partium, a, et res-
due, b, secundū vero numeri sit consimilis pars ali-
quota, c, et residue partes eiusdem numeri, d, et di-
co qz talis ē pportio a, b ad b, qualis est, c, d, ad
d. Quod probatur sic quia quota vice, a, b, conti-
net, b, et aliquam partem aliquotam ipsius, b, to-
ta vice, c, d, continet, d, quia semel vt constat & vnā
partem eius aliquotam eiusdem denominationis
cum parte aliquota ipsius, b, quam continet, a, b
igitur qualis est pportio, a, b, ad b, talis est pro-
portio, c, d, ad d, quod fuit probādū ¶ Patet h. cō-
sequentia clare ex quarta suppositioe, qz autem, c,
sit pars aliquota ipsius, d, eiusdem denomiatio-
nis cuius, a, est pars aliquota ipsius, b, probatur
quia si, a, b, numerus perdat, a, et, c, d, pdat, c, tunc
residue partes manebunt partes eiusdem denomi-

tertio adiecimus merito perfectissimam vocitari. Cuius probatio est, quam in dicta medietate tres famatae proportionalitates reperiuntur: arithmetica, geometrica et harmonica. In ista etiam medietate omnes simplices harmonicae consonantiae reperiuntur. ¶ Ex his omnibus demum infero omnem scientiam aliam omnemque artem philosophiae inservire, eique ancillari atque famulari, ut facile ex his, quae dicta sunt, perspicere potest, et signanter inservirent ista philosophiae Pythagorae, qui astruxit cael[a] corpora illa sempiterna perpetuo harmonicis consonantiis circumvolvi teste philosopho secundo caeli et mundi et Plinio Secundo naturalis historiae.

2. Kapitel des 2. Teils

Capitulum secundum, in quo probantur aliquae proprietates praedictarum proportionalit[at]um sive medietatum

Ad inducendas mathematico ordine aliquas proprietates praedictarum medietatum ponendae sunt aliquae suppositiones, quarum aliquae erunt definitiones, et aliquae petentur propter earum evidentem notitiam, aliquae vero probabuntur. Sit igitur:

Prima suppositio, quae et definitio: medium est, quod aequali intercapidine distat ab utroque extemorum, ut numerus ternarius est medium inter quaternarium et binarium, quia aequali excessu sive aequali differentia ab utroque illorum distat, puta unitate.

Secunda suppositio, quae et definitio: partes aliquotae eiusdem denominationis sunt illae, quae ab eodem numero denominantur ut medietates a binario, tertiae a ternario, quartae a quaternario et cetera.

Tertia suppositio, quae etiam definitio est: aliquam quantitatem continere aliquod aequale in aliqua proportione pluries adaequate, quam alia quantitas idem aequale contineat, est illam quantitatem in eadem proportione se habere ad alteram, ut si aliqua quantitas contineat in proportione sesquialtera adaequate plura pedalia, quam una altera minor talis quantitas se habet ad minorem in proportione sesquialtera.

Quarta suppositio: si aliqua quantitas vel numerus contineat tota vice secundum numerum, quota vice tertius numerus continet quartum vel tota vice et aliquam vel aliquot partes aliquotas eiusdem denominationis, quota tertius continet quartum et aliquam partem vel aliquot partes aliquotas eius adaequate. Qualis est proportio inter primum et secundum, talis est inter tertium et quartum. Patet haec suppositio ex definitione numerorum habentium ad reliquos eandem proportionem. Sic enim tales numeri debent definiri, ut constat.

Quinta suppositio: si duo numeri vel quantitates dividantur in partes aliquotas eiusdem denominationis, quot partes illius denominationis sunt in uno tot sunt in altero. Patet, quia si sunt eiusdem denominationis, ab eodem numero denominantur, ut patet ex secunda suppositione, et per consequens sunt aequales numero. Tunc enim aliquae partes aliquotae alicuius quantitatis deno-

minantur ab aliquo numero, quando talis quantitas dividitur in tot partes aequales, quot sunt unitates in tali numero. |

Sexta suppositio: si duo numeri vel quantitates dividantur in partes aliquotas eiusdem denominationis, et perdit aliquam vel aliqu[ae] partes aliquotas ex illa uterque illorum remanentibus aliquibus, residuae erunt eiusdem denominationis, ut si bipedale dividatur in 5 quintas et pedale similiter, et perdit bipedale duas quintas ex eis, et pedale similiter, residuae partes erunt eiusdem denominationis, puta tertiae, ut patet. Probatur, quia in principio decrementi illae partes aliquotae illarum quantitatum sunt aequales numero, et aequales numero deperdentur ab utraque illarum quantitatum, ut ponitur, remanentibus aliquibus ex illis, ergo remanentes manebunt aequales numero. Patet consequentia, quia si ab aequalibus numeris aequales demas et cetera, et per consequens semper denominabuntur ab aequali numero, quare semper erunt eiusdem denominationis, ut patet ex definitione.

Septima suppositio: qualis est proportio alicuius ad aliquam eius partem aliquotam, talis est cuiuslibet alterius ad partem aliquotam eius consimilis denominationis, ut qualis est proportio alicuius quantitatis ad suam medietatem, tertiam, quartam et cetera, talis est cuiuslibet alterius ad suam medietatem, tertiam, quartam et cetera. Patet haec ex quarta suppositione, hoc adito, quod quoties aliqua quantitas continet aliquam sui partem aliquotam, toties quaelibet alia quantitas continet partem sui aliquotam consimilis denominationis, cum semper partes aliquotae eiusdem denominationis sint aequales numero, ut patet ex quinta suppositione.

Octava suppositio: si aliqui duo numeri sive quantitates dividantur in duas partes aequales, cuiuslibet illorum numerorum ad alteram illarum suarum partium est eadem proportio. Et si uterque duorum numerorum dividatur in plures partes aliquotas eiusdem denominationis, quam sint duae, talis est proportio unius illorum numerorum ad aggregatum ex omnibus talibus partibus aliquotis dempta una, qualis est alterius ad aggregatum ex omnibus dempta similiter una ut diviso senario in tres partes aliquotas et similiter ternario, talis est proportio ipsius senarii ad aggregatum ex duabus tertiis eius, qualis est ternarii ad aggregatum ex duabus tertiis eius, ut constat. Probatur suppositio: sint duo numeri sive aequales sive inaequales, primus AB, secundus CD, divisi in partes aliquotas eiusdem denominationis, et sit primi numeri una illarum partium A et residuae [partes] B, secundi vero numeri sit consimilis pars aliquota C et residuae partes eiusdem numeri D, et dico, quod talis est proportio AB ad B, qualis est CD ad D. Quod probatur sic, quia quota vice AB continet B et aliquam partem aliquotam ipsius B, tota vice CD continet D, quia [continet] semel, ut constat, et unam partem eius aliquotam e[st] eiusdem denominationis cum parte aliquota ipsius B, quam co[n]tinet AB, igitur qualis est proportio AB ad B, talis est proportio CD ad D. Quod fuit probandum. Patet haec consequentia clare ex quarta suppositione. Quod autem C sit pars aliquota ipsius D eiusdem denominationis, cuius A est pars aliquota ipsius B, probatur, quia si AB numerus perdat A, et CD perdat C, tunc residuae partes manebunt partes eiusdem denominationis,

puta partes aliquotae B et partes aliquotae D, ut patet ex sexta suppositione, et qualibet illarum in B aequalis erit ipsi A, quia antea erat aequalis, etiam quaelibet in D et aequalis ipsi C eadem ratione, igitur C est pars aliquota D illius denominationis, cuius A est pars aliquota B. Quod fuit probandum. Et sic patet, secunda pars suppositionis, et prima patet de se, quia uterque talium numerorum habet ad talem partem aliquotam sui proportionem duplam, quia est sua medietas. Continet et e[*n*]im eam bis, igitur ad eam habet proportionem duplam. ¶ Ex ista suppositione sequitur, quod si utraque illarum quantitatum sive numerorum sic divisorum in partes aliquotas eiusdem denominationis perdat unam talem partem aliquotam adaequate, aequalem proportionem deperdit. Patet, quia aequalem proportionem uterque habet ad aggregatum ex omnibus dempta una, ut patet ex 8. suppositione, et illam deperdit, ut constat igitur. ¶ Sequitur secundo, quod si uterque duorum numerorum sit divisus in partes aliquotas eiusdem denominationis, et acquirat unam illarum partium supra se praecise, aequal[em] proportionem acquirat uterque. Patet ex priori correlario, quia quando uterque illorum illam partem deperdit, aequalem proportionem deperdit, ergo quando acquirat, aequalem acquirat, igitur.

Nona suppositio: si duo numeri inaequales sive quantitates se habeant in aliqua proportione, et maior illorum deperdat aliquam proportionem stante minori invariato, tunc proportio inter maiorem et minorem deperdit illam proportionem, quam deperdit maior adaequate, dummodo minor semper maneat minor. Ut si proportionis, quae est inter 8 et 4, maior numerus, puta octonarius, perdat proportionem sexquiterciam, quae est octo ad sex, illam proportionem deperdit proportio, quae est inter octo et quattuor. Probatur: et sint AB numerus maior et C numerus minor, inter quos sit proportio G, sitque B numerus maior C, et manifestum est, quod proportio AB ad C componitur ex proportione AB ad B et B ad C, ut postea videbitur. Deperdat igitur numerus maior proportionem, quae est AB ad B, et arguitur sic: proportio G componebatur antea ex proportione AB ad B et B ad C, modo non manet, nisi proportio B ad C, igitur proportio G perdit proportionem AB ad B, et illam deperdat numerus maior, igitur.

Decima suppositio: si duo numeri sive quantitates inaequales se habeant in aliqua proportione, et minor deperdat aliquam proportionem stante m[ai]ore, illam proportionem acquirat proportio, quae est inter maiorem quantitatem et minorem, et si tantam proportionem deperdat quantitas maior sicut minor, tunc proportio inter maiorem et minorem nec augetur nec diminuitur, sed semper manet aequalis extremis manentibus quantitatis.

Ut si proportionis, quae est inter 8 et quattuor, minor numerus perdat proportionem duplam stante maiore, proportio inter maiorem et minorem acquirat proportionem duplam, et si quando numerus minor perdit duplam, etiam maior perdat duplam, illi numeri manebunt in eadem proportione, in qua antea se habebant. Erunt enim [i]n fine 4 et 2. Probatur prima pars suppositionis: et sint A numerus maior, et BC numerus minor, inter quos sit proportio G, et invariato A perdat numerus minor proportionem, quae est BC ad C, et manifestum est, quod in fine proportio inter illos

numeros componetur ex proportione A ad BC et BC ad C, et antea proportio illa inter illos numeros, puta G erat precise proportio A ad BC, et modo proportio inter illos numeros componitur ex illa proportione G, quae est A ad BC, et ex proportione BC ad C, ergo acquisivit proportionem, quae est BC ad C, et illam deperdit quantitas minor BC, igitur propositum. Secunda pars facile deducitur ex prima et penultima suppositione, quoniam quantam proportionem deperdit quantitas minor, tantam acquirat proportio inter maiorem et minorem stante maiore, ut patet ex priori parte istius suppositionis, et quantam proportionem deperdit quantitas maior, tantam deperdit proportio inter ipsam et minorem quantitatem stante minore, ut patet ex penultima, igitur si tantam proportionem deperdat maior quantitas, sicut deperdit minor quantitas, proportio illa inter maiorem et minorem nullam proportionem acquirat nec deperdit, et sic in illas quantitates manet eadem proportio. ¶ Ex quo sequitur, quod si tantam proportionem adaequate acquirat quantitas minor, quantam acquirat quantitas maior, semper manebit eadem proportio. Probatur, quia si illae quantitates illas proportionem aequales, quas acquisiverunt, deperdat, manebunt in eadem proportione, in qua modo se habent, et illa est proportio, in qua se habebant ante acquisitionem illarum proportionum aequalium, igitur quando quantitates acquirunt proportionem aequales, ipsae mane[n]t in eadem proportione, in qua se habebant antea.

Undecima suppositio: quaecumque proportio est inter aliquos numeros sive quantitates, talis est inter partes aliquotas consimilis denominationis. Ut qualis est proportio inter 8 et 4, talis est inter medietatem 8 et medietatem 4 et [inter] quartam 8 et quartam 4. Probatur: sint duo numeri, primus ABC, secundus DEF, divisi in partes aliquotas eius[dem] denominationis, puta primus in ABC et secundus in DE et F, tunc dico, quod qualis est proportio ABC ad DEF, talis est C ad F. Quod probatur sic: et sit inter illos numeros sive quantitates G proportio, et deperdat numerus maior A p[ar]tem aliquotam, et minor D partem aliquotam consimilis denominationis, et manifestum est, quod quantam proportionem deperdit numerus maior, tantam deperdit numerus minor, ut patet ex primo correlario octavae suppositionis, ergo residui numeri adhuc manent in eadem proportione, puta G. Patet consequentia ex se[cun]da parte decimae suppositionis, et residui numeri, puta BC et EF adhuc manent divisi in partes aliquotas eiusdem denominationis, ut patet ex sexta suppositione, perdat igitur numerus maior B partem aliquotam, et numerus minor E partem aliquotam, et sequitur, quod aequalem proportionem deperdit numerus maior et numerus minor, ut iam argutum est, ergo residui numeri manent in [e]adem proportione, in qua antea se habebant, puta G, ut patet ex secunda parte decimae suppositionis, et residui numeri sunt C et F, ergo C et F se habent in G proportione, et C et F sunt partes aliquotae eiusdem denominationis datorum numerorum se habentium in G proportione, igitur in quacumque proportione se habent aliquae quantitate[s], in eadem se habent suae partes aliquotae eiusdem denominationis. Quod fuit probandum. ¶ Et hac suppositione

sequitur, quod si duo numeri se habentes in aliqua proportione acquirant continuo partes aliquotas eiusdem denominationis, semper manebunt in eadem proportione. Patet, quia uterque illorum aequalem proportionem acquirit. Patet, quia si uterque illorum numerorum illas partes aliquotas eiusdem denominationis deperderet, aequalem proportionem deperderet, ut patet ex suppositione, igitur quando acquirit, aequalem acquirit.

Duodecima suppositio: si aliquid componitur ex duobus, sive aequalibus sive inaequalibus, et quantum deperdit unum illorum, tantum acquirit reliquum, compositum ex illis nihil acquirit vel deperdit, sed semper manet aequale. Et hanc peto, quia nota est ex se.

Prima conclusio: omne compositum ex duobus inaequalibus, inter quae est medium, est duplum ad medium inter illa, ut [c]ompositum ex 4 et 2 est duplum ad ternarium numerum, qui mediat inter illos. Probatur: sint A [et] C duo inaequalia, A maius et C minus, et sit B medium inter A [et] C, compositumque ex A [et] C sit D, tunc dico, quod D est duplum ad B. Quod sic probo, quia cum B sit medium, aequali differentia distat ab extremis ex prima suppositione, capio igitur illam differentiam sive excessum, qua A excedit B, et addo illam C, et manifestum est, quod A et B manent aequalia, et similiter C et B, quia ipsi C additus est excessus, quo excedebatur a B, igitur aggregatum ex A et C componitur ex duobus aequalibus B adaequate. Igitur tale aggregatum est duplum ad B, et tale aggregatum est D, igitur D est duplum ad B, et D est in tantum, quantum erat ante variationem A [et] C, ut patet ex ultima suppositione, igitur D ante variationem AC est duplum ad B. Quod fuit probandum. ¶ Ex hac conclusione sequitur, quod medium inter duo inaequalia est medietas aggregati ex eis. Patet, quia est subduplum, ergo medietas. ¶ Sequitur secundo, quod medietas aggregati ex duobus inaequalibus, inter quae est medium, aequaliter ab utroque illorum distat. Probatur, quia medietas illorum est aequalis medio inter illa, ut patet ex praecedenti correlario, ergo sequitur, quod aequaliter distat ab utroque, cum medium sit, quod aequaliter distat ab extremis, ut patet ex prima suppositione. ¶ Sequitur tertio, quod omnis numerus circum se positorum numerorum et aequaliter ab eo distantium est medietas. Quod si eorum fuerit medietas, illos ab eo aequae distare conveniet. Probatur: sint A [et] C duo numeri, inter quos mediat B, sitque [D] aggregatum ex A [et] C, tunc B est medietas ipsius D, ut patet ex primo correlario, et si B est medietas aggregati A [et] C, aequaliter distat ab A et C, ut patet ex secundo correlario, ergo A [et] C aequaliter distant a B. ¶ Sequitur quarto, quod coniunctae arithmeticae medietatis medi[us] terminus extremorum simul iunctorum est medietas, ut captis his terminis A, B, C continuo proportionabilibus arithmetice B medius terminus est medietas aggregati ex A [et] C. Patet ex primo correlario. Et haec sit prima proprietas arithmeticae medietatis. Et intelligas hanc proprietatem, quando tales termini continuo proportion[ab]iles hac proportionalitate fuerint impares vel quantitates continuae. Alias plerumque non invenires medium inter tales terminos sicut inter 2, 3, 4, 5. ¶ Sequitur quinto, quod dispositis 3 terminis continuo proportionabilibus arithmetice aggregatum ex maximo termino et minimo est duae tertiae aggrega-

ti ex illis tribus terminis, et dispositis 5 continuo proportionalibus arithmetice aggregatum ex maximo et minimo est duae quintae, et etiam aggregatum ex secundo termino et quarto est duae quintae, et positis 7 aggregatum ex maximo et minimo est duae septimae, similiter aggregatum ex secundo et sexto et [aggregatum] ex tertio et quinto, et universaliter ubicumque plures termini in numero impari arithmetice continuo proportionantur, semper aggregatum ex quibuscumque duobus aequaliter distantibus a medio est duae partes aliquotae aggregati ex omnibus illis, quarum partium aliquotarum utraque denominatur a numero impari, a quo denominantur illi termini, ut si termini sint undecim, denominabuntur duae undecimae, et si 13, duae tridecimae. Probatur hoc correlarium, et signo tres terminos A [et] B [et] C, et arguo sic: aggregatum ex A [et] C est duplum ad B, quia B est terminus medius inter A [et] C, sed aggregatum ex A [et] B [et] C componitur adaequate ex B et aggregato ex A [et] C duplo ad B, ut patet ex conclusione, ergo B est una tertia totius aggregati, cum ter in illo contineatur adaequate, et per consequens aggregatum ex A [et] C duae tertiae. Quod fuit probandum. Item positis quinque terminis A [et] B [et] C [et] D [et] E. aggregatum ex A et E est duplum ad terminum medium C, et similiter aggregatum ex B et D, ut patet ex conclusione, et totum aggregatum ex illis quinque terminis componitur adaequate ex C et ex aggregato A et E et aggregato ex B et D, et utrumque illorum aggregatorum est duplum ad C, ut probatum est, ergo C est una quinta totius aggregati ex illis quinque terminis, cum quinque in illo aggregato contineatur, et per consequens aggregatum ex A et E est duae quintae, et similiter aggregatum ex B [et] D, cum sit duplum ad C. Et isto modo probabis capiendo quotcumque alios terminos impares continuo arithmetice proportionabiles. Et ista sit secunda proprietas medietatis arithmeticae.

Secunda conclusio: si duo numeri a duobus numeris circum se positos aequaliter distent, illis coniunctis erunt aequales. Quod si eis aequales fuerint, ab eis equidistare necesse est ut captis his terminis 2, 3, 4, 5 numerus quinarus et binarius circumstantes quaternarium et ternarium aequaliter simul iuncti aequantur quaternario et ternario simul iunctis, et quia quinarus et binarius simul iuncti aequales sunt quaternario et binario simul iuncti, ideo necessario ab illis aequaliter distant.

Probatur conclusio, et sint A, B, C, D; A [et] D circumstantes reliqui vero intermedii, et distat A ab B differentia [G], ita quod A sit maior numerus, et eadem G differentia excedat C ipsum D, tunc dico, quod aggregatum ex A [et] D, extremis numeris, est aequale aggregato ex B [et] C, intermediis, a quibus alii aequaliter distant. Quod probatur sic: et volo, quod A perdat G differentiam, ita quod fiat aequale B, et D acquirat illam, ita quod fiat aequale C, et arguo sic: facta tali variatione in A [et] D aggregatum ex A [et] D componitur adaequate ex duobus aequalibus aliis duobus, ex quibus adaequate componitur aggregatum ex B [et] C, igitur facta tali variatione in A [et] D, aggregatum ex A [et] D est aequale aggregato ex B [et] C, et illud aggregatum ex A [et] D facta tali variatione est aequale aggregato A [et] D ante talem variationem, ut patet ex ultima suppositione, igitur aggregatum ex A [et] C ante talem variationem est aequale

Secunde partis

aggregato ex b.c. quod fuit probandum Sed iam probato q̄ facta tali variatione aggregatum ex a. d. componitur ex duobus equalibus adequate illis duobus ex quibus adequate componitur aggregatum ex b.c. quia facta tali variatione. a. efficitur eque ipsi b. et d. efficitur eque ipsi c. ut patet: igitur facta tali variatione aggregatum ex a. d. componitur ex duobus aequalibus illis duobus puta b.c. ex quibus componitur adequate aggregatum ex b.c. quod fuit ostendendum. Et sic patet prima pars Secunda pars probatur: et sint a. b. c. d. quattuor numeri a. d. circūstantes. b. vero et c. intermediet distat. a. ab. b. g. differentia et c. excedat. d. tunc dico q̄ si aggregatum ex b.c. est equale aggregato ex a. d. b.c. equaliter distat ab a. d. Quod sic probatur quia a. distat a. b. g. differentia: et c. a. d. distat eade differentia, igitur illi intermedi equaliter distat ab illis extremis. Probatur minor quia si c. non eadem differentia distat a. d. sicut a. ab. b. casus pro igitur unum terminū qui sit. f. a quo c. distat eade differentia qua a. distat ab. b. et tunc ex prior parte aggregatus ex a. et f. est equale aggregato ex b.c. et per se aggregatum ex a. d. est et equale aggregato ex b.c. igitur aggregatum ex a. f. est equale aggregato ex a. d. patet consequentia per illam dignitatē que eidē tertio equantur inter se sūt equalia. et ultra aggregatum ex a. f. est equale aggregato ex a. d. ergo sequitur q̄ eodez comuni de pro puta a. residua manebunt equalia videlicet. f. et. d. et c. distat. g. differentia qua a. distat ab. b. ab ipso. f. ergo. c. distat. g. differentia ab ipso. d. et sic b.c. equaliter distat ab a. d. numeris circūstantibus quod fuit probandum. Patet tamen consequentia quia que sunt equalia qualiter distat a quouis tertio ¶ Hec conclusio in propria forma instantiam patitur: sed sic posita est quia ita ponitur atordano primo elementorum. Nam isti numeri. 8. 8. equaliter distat ab his duobus. 4. 4. in ista serie. 4. 8. 24. et tamen extrema coniuncta non equantur mediet. Item isti duo numeri. 4. 1. equaliter distat ab his duobus extremis. 8. 5. in ista serie. 8. 4. 1. 5. et tamen mediet iuncti non equantur extremis coniunctis ut constat. Item isti numeri. 4. et. 4. coniuncti equantur his numeris simul iunctis. 4. et. 4. et tamen duo inter mediet non equaliter distat a duobus extremis: quia non distat. ¶ Intellige igitur conclusionē in sensu in quo mathematici eam intelligunt. puta q̄ si duo numeri equaliter distat a duobus numeris extremis ita q̄ primus excedat secundum eadē differentia qua tertius quartum: vel primus excedatur a secundo ea differentia qua tertius exceditur a quarto illi inter mediet simul iuncti extremis copulatis equantur. q̄ si inter mediet ab extremis distantes simul iuncti extremis equantur ab extremis eodez equidistantia re necesse est. ¶ Ex hac conclusione sequitur arithmetice medietatis distat quattuor terminis ab solute extrema simul iuncta collectis mediet equaliter. Et hec est tertia proprietatis medietatis arithmetice. Patet hoc correlarium facile ex precedenti conclusione Nam si quattuor termini proportionen tur arithmetice et distincte ea differentia que erit inter primū et secundum. erit inter tertium et quartū Quare mediet equaliter distabunt ab extremis coniunctis igitur mediet equabuntur extrema collecta iuxta doctrinam conclusionis. Et dixi notā

Capitulum secundum

ter in correlario. quattuor terminis quia si ponatur plures termini non oportet illud verificari. Quare inconsiderate aliqui illam proprietatem ab solute ponunt. Patet enim instantia in his terminis. 1. 5. 7. 11. 14. manifestum est enim q̄ aggregatum ex extremis minus est aggregato ex intermediis. Imo implicat aggregatum ex extremis equari omnibus intermediis simul sumptis cum sint plures termini quattuor: quoniam super aggregatum ex extremis puta ex primo et ultimo addequatur aggregato ex secundo et penultimo. ergo non aggregato ex omnibus intermediis quia illud erit maius. Si autem velis dicere proprietatem illam intelligi q̄ aggregatum ex primo et ultimo addequatur aggregato ex secundo et penultimo: et enā equatur aggregato ex tertio et antepenultimo. et patet hoc esse falsum in datis terminis. Nam in illis duo et. 14. constituunt. 1. 6. tertius in et antepenultimus puta. 7. et. 10. constituunt. 1. 7. igitur. ¶ Sequitur secundo q̄ positis quattuor terminis proportionabilibus arithmetice siue coniuncte siue distincte aggregatum ex primo et ultimo et medietas aggregati ex omnibus simul et etiam aggregatum ex secundo et tertio est medietas totius aggregati ex omnibus simul. Patet quia illa aggregata sunt equalia ex conclusione et adequate componunt aggregatum ex omnibus illis quattuor terminis: igitur utrumq̄ illorum aggregatum est medietas aggregati ex omnibus illis terminis simul sumptis quod fuit probandum. ¶ Sequitur tertio q̄ positis sex terminis siue octo. siue. 10. et in quocunq̄ numero pari continuo proportionabilibus arithmetice. aggregatum ex primo et ultimo et aggregatum ex secundo et penultimo et aggregatum ex tertio et antepenultimo et sic consequenter est pars aliquota aggregati ex omnibus illis terminis denominata a numero subduplo ad numerum parem in quo constituuntur tales termini. ut si sint sex termini aggregatum ex primo et sexto et etiam aggregatum ex secundo et quinto et ex tertio et quarto est una tertia aggregati ex omnibus illis sex terminis: et si fuerint octo talia aggregata erunt quarta: quarta denominatur a numero subduplo ad numerum octonarium. Probatur hoc et sint sex termini. a. b. c. d. e. f. continuo arithmetice proportionabiles. et arguitur sic aggregatum ex a. f. est equale aggregato ex b. e. ut patet ex conclusione quia illa extrema equaliter distat ab illis mediet et eadem ratione aggregatum ex c. d. est equale aggregato ex b. e. igitur ibi sunt tria aggregata omnino equalia: et illa componunt aggregatum ex omnibus illis. 6. adequate: igitur quodlibet illorum aggregatorum est una tertia totius Et isto modo probabis quando fuerint octo termini quia inuenies ibi quattuor aggregata equalia: et quando decem inuenies quinq̄. Et sic deinceps inuenies talia aggregata equalia in subduplo numero ad numerum terminorum: quoniam semper pro quolibet tali aggregato capis duos terminos et per consequens dualitatem illorum terminorum. Modo in quolibet numero pari in duplo pauciores dualitates reperitur quament rates. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto q̄ sint quattuor termini non continuo proportionabiles arithmetice continuo tamen minores et minores continuo se excedentes minori et minori

investigatitas secunde conclusionis Jordanus i. ele.

Sensus secunde conclusionis

Proprietatis medietatis arithmetice.

Secundum correlarium.

Tertium correlarium. Cal. 6 lo ele.

Quartum correlarium.

aggregato ex B [et] C. Quod fuit probandum. Sed iam probo, quod facta tali variatione aggregatum ex A [et] D componitur ex duobus aequalibus adaequate illis duobus, ex quibus adaequate componitur aggregatum ex B [et] C, quia facta tali variatione A efficitur aequale ipsi B, et D efficitur aequale ipsi C, ut constat, igitur facta tali variatione aggregatum ex A [et] D componitur adaequate ex duobus aequalibus illis duobus, puta B [et] C, ex quibus componitur adaequate aggregatum ex B [et] C, quod fuit ostendendum. Et sic patet prima pars. Secunda pars probatur, et sint A, B, C, D quattuor numeri, A [et] D circumstantes B vero et C intermedii, et distet A ab B differentia [G], et C excedat D, tunc dico, quod si aggregatum ex B [et] C est aequale aggregato ex A [et] D, B [et] C aequaliter distant ab A [et] D. Quod sic probatur, quia A distat a B differentia G, et C a D distat eadem differentia. Igitur illi intermedii aequaliter distant ab illis extremis. Probatur minor, quia si C non eadem differentia distat a D sicut A a B, B capio, igitur unum terminum, qui sit F, a quo C distet eadem differentia, qua A distat ab B, et tunc ex priori parte aggregatum ex A et F est aequale aggregato ex B [et] C, et per te aggregatum ex A [et] D est etiam aequale aggregato ex B [et] C, igitur aggregatum ex A [et] F est aequale aggregato ex A [et] D, patet consequentia per illam dignitatem, quae eidem tertio aequantur inter se sunt aequalia, et ultra aggregatum ex A [et] F est aequale aggregato ex A [et] D, ergo sequitur, quod eodem communi dempto, puta A, residua manebunt aequalia, videlicet F et D, et C distat G differentia, qua A distat ab B, ab ipso F, ergo C distat G differentia ab ipso D, et sic B [et] C aequaliter distant ab A [et] D numeris circumstantibus. Quod fuit probandum. Patet tamen consequentia, quia quae sunt aequalia, [ae]qualiter distant a quovis tertio. ¶ Haec conclusio in propria forma instantiam patitur, sed sic posita est, quia ita ponitur a Iordano primo elementorum. Nam isti numeri 8 [et] 8 aequaliter distant ab his duobus 4 [et] 4 in ista serie 4, 8, 8, 4, et tamen extrema coniuncta non aequantur mediis. Item isti duo numeri 4 [et] 1 aequaliter distant ab his duobus extremis 8 [et] 5 in ista serie 8, 4, 1, 5, et tamen medii iuncti non aequantur extremis coniunctis, ut constat. Item illi numeri 4 et 4 coniuncti aequantur his numeris simul iunctis 4 et 4, et tamen duo intermedii non aequaliter distant a duobus extremis, quia non distant. ¶ Intellige igitur conclusionem in sensu, in quo mathematici eam intelligunt, puta, quod si duo numeri aequaliter distent a duobus numeris extrimis, ita quod primus excedat secundum eadem differentia, qua tertius quartum, vel primus excedatur a secundo ea differentia, qua tertius exceditur a quarto, illi intermedii simul iuncti extremis copulatis aequantur. Quod si intermedii ab extremis distantes simul iuncti extremis aequantur, ab extremis eos aequidistare necesse est. ¶ Ex hac conclusione sequitur arithmeticae medietatis disiunctae quattuor terminis absolute extrema simul iuncta collectis mediis aequari. Et haec est tertia proprietas medietatis arithmetice. Patet hoc correlarium facile ex praecedenti conclusione. Nam si quattuor termini proportionentur arithmetice et disiuncte, ea differentia, quae erit inter primum et secundum, erit inter tertium et quartum. Quare medii aequaliter distabunt ab extremis coniunctis, igitur mediis aequantur externa collecta iuxta doctrinam conclusionis. Et dixi

notanter | in correlario quattuor terminis, quia si ponantur plures termini, non oportet illud verificari.

Quare inconsiderate aliqui illam proprietatem absolute ponunt. Patet enim instantia in his terminis 2, 5, 7, [10], 11, 14, manifestum est enim, quod aggregatum ex extremis minus est aggregato ex intermediis. Immo implicat aggregatum ex extremis aequari omnibus intermediis simul sumptis, cum sunt plures termini quattuor, quoniam super aggregatum ex extremis, puta ex primo et ultimo, adaequatur aggregato ex secundo et penultimo, ergo non aggregato ex omnibus intermediis, quia illud erit maius. Si autem velis dicere proprietatem illam intelligi, quod aggregatum ex primo et ultimo adaequatur aggregato ex secundo et penultimo, et etiam aequatur aggregato ex tertio et ante penultimo et cetera, patet hoc esse falsum in datis terminis. Nam in illis duo et 14 constituunt 16, tertius tamen et ante penultimus, puta 7 et 10, constituunt 17, igitur.

¶ Sequitur secundo, quod positus quattuor terminis proportionabilibus arithmetice sive coniuncte sive disiuncte aggregatum ex primo et ultimo est medietas aggregati ex omnibus simul, et etiam aggregatum ex secundo et tertio est medietas totius aggregati ex omnibus simul. Patet, quia illa aggregata sunt aequalia ex conclusione, et adaequate componunt aggregatum ex omnibus illis quattuor terminis, igitur utrumque illorum aggregatum est medietas aggregati ex omnibus illis terminis simul sumptis. Quod fuit probandum. ¶ Sequitur tertio, quod positus sex terminis, si octo sive 10 et in quocumque numero pari continuo proportionabilibus arithmetice aggregatum ex primo et ultimo et aggregatum ex secundo et penultimo et aggregatum ex tertio et ante penultimo et sic consequenter est pars aliquota aggregati ex omnibus illis terminis denominata a numero subduplo ad numerum parem, in quo constituuntur tales termini, ut si sint sex termini, aggregatum ex primo et sexto et etiam aggregatum ex secundo et quinto et ex tertio et quarto est una tertia aggregati ex omnibus illis sex terminis, et si fuerint octo, talia aggregata erunt quarta, quia quarta denominatur a numero subduplo ad numerum octonarium. Probatur hoc, et sint sex termini A, B, D, C, E [et] F continuo arithmetice proportionabiles, et arguitur sic: aggregatum ex A [et] F est aequale aggregato ex B [et] E, ut patet ex conclusione, quia illa extrema aequaliter distant ab illis mediis, et eadem ratione aggregatum ex C [et] D est aequale aggregato ex B [et] E, igitur ibi sunt tria aggregata omnino aequalia, et illa componunt aggregatum ex omnibus illis 6 adaequate, igitur quodlibet illorum aggregatorum est una tertia totius. Et isto modo probabis quando fuerint octo termini, quia invenies ibi quattuor aggregata aequalia, et quando decem, invenies quinque. Et sic deinceps invenies talia aggregata aequalia in subduplo numero ad numerum terminorum, quoniam semper pro quolibet tali aggregato capis duos terminos, et per consequens dualitatem illorum terminorum. Modo in quolibet numero pari in duplo pauciores dualitates reperiuntur quam unitates. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto, quod sint quattuor termini non continuo proportionabiles arithmetice, continuo tamen minores et minores, continuo se excedentes minori et minori

Secunde partis.

Capitulum secundū.

calca. de
lo. ele. cir
ca pzia,

Correlati
onū.

ri differentia: aggregatum ex extremis est maius aggregato ex mediis: et est maius quam medietas aggregati ex illis quatuor terminis, ut capis his terminis: i. 9. 7. 6. dico quod aggregatum ex. i. r. et. 6. est maius aggregato ex. 9. et. 7. et est maius quam medietas illorum quatuor terminorum coniecto rum. Probatur sint quatuor termini a. b. c. d. continuo minores et minores continuoq; minori et mi nori differentia sese excedentes: et dico quod aggregatum ex a. et d. est maius aggregato ex b. et c. Quod sic probatur quia si c. excederet d. tanta diffe rentia quanta a. excedit b. tunc aggregatum ex a. et d. esset equalis aggregato ex b. et c. ut patet ex conclusione: sed modo c. excedit d. minori excessu igitur d. est maius quam esset tunc et a. est equalis: igitur aggregatum ex a. et d. est maius quam esset tunc quia componitur ex vno tanto ex quanto tunc co poneretur et ex vno altero maiore quam tunc hoc adequate: igitur modo est maius quam tunc: sed tunc esset equalis aggregato ex b. et c. ergo modo est maius aggregato ex b. et c. quod fuit probandum Et ex hoc patet secunda pars correlati quoniam aggregatum ex omnibus illis terminis componi tur ex duobus inequalibus adequate puta ex ag gregato ex a. et d. et aggregato ex b. et c. et aggregatum ex a. et d. est maius aggregato ex b. et c. igitur aggregatum ex a. et d. est maius quam medietas totius aggregati ex illis quatuor terminis quod a tet hec consequentia quod quicumque aliquid componi tur ex duobus inequalibus adequate maius illo rum est magis quam medietas totius ut facile de monstrabitur. ¶ Sequitur quinto quod si sint sex ter mini continuo minores minoribus excessu sese con tinuo excedentes aut. 8. aut. 10. aut in quouis nu mero pari: aggregatum ex primo et ultimo est ma ius quam pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum illorum terminorum: et ag gregatum ex duobus terminis mediis et imedia tis est minus quam talis pars aliquota totius ag gregati ex omnibus illis terminis. ut. 19. 14. 10. 7. 5. 4. capis aggregatum ex. 19. et. 4. est maius quam vna tertia aggregati ex omnibus illis sex terminis et aggregatum ex. 10. et. 7. est minus ut patet cal culanti Probatur correlatum sint sex termini a. b. c. d. e. f. continuo minores et minoribus differentia se se excedentes. et dico quod aggregatum ex a. et f. est ma ius quam tertia aggregati ex omnibus illis ter minis et aggregatum ex c. d. terminis mediis et imediatis est minus quam tertia totius aggregati ex omnibus sex. Probatur quia totum illud ag gregatum ex omnibus illis sex componitur ex tri bus inequalibus adequate quorum primum est ma ius secundo et secundum maius tertio igitur pri mum est maius quam tertia totius: et tertium mi nus quam tertia: patet hec consequentia quoni am si primum esset vna tertia oporteret quod alia duo essent due tertie et sic non eēt vtrūque aliorum duorum minus primo: et si primum esset minus quam tertia oporteret quod aliquod aliorum esset maius primo: quod alias illa tria non facerent tres tertias illius totius: et sic non adequate componerēt totū. Et eodē modo patet quod tertium est minus quam tertia totius quia si esset tertia vel maius tertia oporteret quod vel reliqua duo essent due tertie vel aliquod illo rum minus eo quod tamen est falsum. Et ex conse quenti arguitur: primum illorum est maius quam

tertia totius et tertium minus quam tertia sed pri mum illo rum est aggregatum ex a. et f. et tertium est aggregatum ex c. d. igitur aggregatum ex a. f. est maius quam tertia illius totius et aggregatum ex c. d. minus. Consequentia patet ex se Sed restat simul probare aggregatum ex omnibus illis sex terminis componitur tribus inequalibus quorum pri mum est maius secundo et secundum maius tertio et primum illorum est aggregatum ex a. et f. et secun dum aggregatum ex b. et c. et tertia aggregatum ex illis sex terminis componitur adequate ex aggregato ex a. et f. et aggregato ex b. et c. et aggregato ex c. et d. que sunt tria aggregata partialia ut constat: et aggregatum ex a. et f. est maius aggregato ex b. et c. et c. igitur propositū. Arguitur minus quia si per tantū vna pars sine tantū excessu e. excederet f. sicur a. excedit b. tunc aggregatum ex a. et f. eēt equalis ag gregato ex b. et c. ut patet ex secunda conclusione: sed modo aggregatum ex a. et f. est maius quam tunc quia vna pars eius v. s. est maior quam tunc et res liqua equalis puta a. quia per minus exceditur f. ab vno tertio quam tunc ab eodem igitur aggregatum ex a. et f. est maius aggregato ex b. et c. eadē ratione probabitur quod aggregatum ex b. et c. est maius aggregato ex c. d. quod fuit pbandum. Et equali ratione probabitur quod cum dantur octo ter mini continuo per minus et minus se excedentes: et continuo minores et minores: quod tunc aggregatum ex primo et ultimo est maius quam quarta aggre gati ex omnibus: et aggregatum ex quarto et qui to est minus quam quarta. Et si sint decem aggre gatum ex primo et ultimo est maius quam vna qui ta totius: et aggregatum ex quinto et sexto est mi nus quam quinta totius: et sic consequenter: quia tale aggregatum ex octo talibus terminis compo nitur ex quatuor quorum quodlibet est cuiuslibet al teri inequale. puta primum maius secundo et secun dum maius tertio et sic consequenter: et primum illo rum est aggregatum ex primo et ultimo et secundum aggre gatum ex primo et ultimo et secundum et secun do et septimo. et tertium ex tertio et sexto et quartum ex quarto et quinto. igitur maximum illorum puta aggregatum ex primo et ultimo est maius quam quarta et minimum puta aggregatum est quarto et quinto est minus quam quarta: Et sic in omnibus aliis opa beris. Patet ergo correlatiū. ¶ Sexto sequitur quod si sint plures termini in numero pari constituti co tinuo maiores et maiores continuo maiori et ma iori excessu se excedentes: aggregatum ex primo et ultimo est maius quam pars aliquota denoiata a numero subduplo ad numerum in quo illi termini constituuntur et aggregatum ex duobus mediis et imediatis equaliter distantibus ab extremis: mi nus quam pars aliquota denoiata ab eodem nu mero subduplo. ut. 4. 5. 7. 10. 14. 19. capis: aggre gatum ex extremis puta ex. 4. et. 19. est maius quam tertia totius aggregati ex omnibus illis: et aggre gatum ex. 7. et. 10. est minus quam tertia totius. Hoc correlatiū ex precedenti suū sortitur demonstratio nē et quidē euidenter quoniam in eisdē terminis de monstratur ordine prepositero se habentibus: puta in isto incipiendo a minoribus in precedenti ve ro a maioribus. ¶ Sequitur septimo quod si sint plu res termini numero pari constituti continuo mi nores et minores maiori et maiori excessu sese co tinuo excedentes: aggregatum ex primo et ultimo erit minus pars aliquota totius aggregati ex ob

6. corre
latū

7. corre
latū

differentia, aggregatum ex extremis est maius aggregato ex mediis, et est maius quam medietas aggregati ex illis quatuor terminis. Ut captis his terminis 12, 9, 7 [et] 6 dico, quod aggregatum ex 12 et 6 est maius aggregato ex 9 et 7, et est maius quam medietas illorum quatuor terminorum coniunctorum. Probatur, sint quatuor termini A, B, C, [et] D continuo minores et minores continuoque minori et minori differentia sese excedentes, et dico, quod aggregatum ex A et D est maius aggregato ex B et C.

Quod sic probatur, quia si C excederet D tanta differentia, quanta A excedit B, tunc aggregatum ex A et D esset aequalis aggregato ex B [et] C, ut patet ex conclusione, sed modo C excedit D minori excessu, igitur D est maius, quam esset tunc, et A est aequale, igitur aggregatum ex A [et] D est maius, quam esset tunc, quia componitur ex uno tanto ex quanto, tunc componeretur et ex uno altero maiore quam tunc et hoc adaequate, igitur modo est maius quam tunc, sed tunc esset aequale aggregato ex B et C, ergo modo est maius aggregato ex B et C. Quod fuit probandum. Et ex hoc patet secunda pars correlarii, quoniam aggregatum ex omnibus illis terminis componitur ex duobus inaequalibus adaequate, puta ex aggregato ex A et D et aggregato ex B et C, et aggregatum ex A et D est maius aggregato ex B et C, igitur aggregatum ex A et D est maius quam medietas totius aggregati ex illis quatuor terminis. Patet haec consequentia, quia quandocumque aliquid componitur ex duobus inaequalibus adaequate, maius illorum est magis quam medietas totius, ut facile demonstrabitur. ¶ Sequitur quinto, quod si sint sex termini continuo minores minorque excessu sese continuo excedentes aut 8 aut 10 aut in quovis numero pari, aggregatum ex primo et ultimo est maius quam pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum illorum terminorum, et aggregatum ex duobus terminis mediis et immediatis est minus quam talis pars aliquota totius aggregati ex omnibus illis terminis, ut 19, 14, 10, 7, 5 [et] 4 captis aggregatum ex 19 et 4 est maius quam una tertia aggregati ex omnibus illis sex terminis, et aggregatum ex 10 et 7 est minus, ut patet calculanti. Probatur correlarium, sint sex termini A, B, C, D, E [et] F continuo minori et minori differentia sese excedentes, et dico, quod aggregatum ex A et F est maius quam tertia aggregati ex omnibus illis terminis, et aggregatum ex C [et] D terminis mediis et immediatis est minus quam tertia totius aggregati ex omnibus sex. Probatur, quia totum illud aggregatum ex omnibus illis sex componitur ex tribus inaequalibus adaequate, quorum primum est maius secundo, et secundum maius tertio, igitur primum est maius quam tertia totius, et tertium minus quam tertia. Patet haec consequentia, quoniam si primum esset una tertia, oporteret, quod alia duo essent duae tertiae, et sic non essent, utrumque aliorum duorum minus primo, et si primum esset minus quatuordecimam tertia, oporteret, quod aliquod aliorum esset maius primo, quia alias illa tria non facerent tres tertiae illius totius, et sic non adaequate componerent totum. Et eodem modo patet, quod tertium est minus quam tertia totius, quia si esset tertia vel maius tertia oporteret, quod vel reliqua duo essent duae tertiae vel aliquod illorum minus eo, quod tamen est falsum. Et ex consequenti arguitur: primum illorum est maius quam tertia totius, et tertium [est] minus quam tertia, sed

primum illorum est aggregatum ex A et F, et tertium est aggregatum ex CD, igitur aggregatum ex A [et] F est maius quam tertia illius totius, et aggregatum ex C [et] D minus. Co[n]sequentia patet ex se. Sed restat simul probare aggregatum ex omnibus illis sex terminis componi ex tribus inaequalibus, quorum primum est maius secundo, et secundum maius tertio, et quod primum illorum est aggregatum ex A et F, et secundum aggregatum ex B et E et cetera, quia aggregatum ex illis sex terminis componitur adaequate ex aggregato ex A et F et aggregato ex B et E et aggregato ex C et D, quae sunt tria aggregata partialia, ut constat, et aggregatum ex A et F est maius aggregato ex B et E et cetera, igitur propositum. Arguitur minor, quia si per tantam differentiam sive tantum excessum E excederet F, sicut A excedit B, tunc aggregatum ex A et F esse [t] aequale aggregato ex B et E, ut patet ex secunda conclusione, sed modo aggregatum ex A et F est maius quam tunc, quia una pars eius, videlicet F, est maior quam tunc et reliqua aequalis, puta A, quia per minus exceditur F ab uno tertio quam tunc ab eodem, igitur aggregatum ex A et F est maius aggregato ex B et E, et eadem ratione probabitur, quod aggregatum ex B et E est maius aggregato ex C [et] D. Quod fuit probandum. Et aequali ratione probabis, quod cum dantur octo termini continuo per minus et minus se excedentes et continuo minores et minores, quod tunc aggregatum ex primo et ultimo est maius quam quarta aggregati ex omnibus, et aggregatum ex quarto et quinto est minus quam quarta. Et si sint decem aggregatum ex primo et ultimo est maius quam una quinta totius, et aggregatum ex quinto et sexto est minus quam quinta totius et sic consequenter, quia tale aggregatum ex octo talibus terminis componitur ex quatuor, quorum quodlibet est cuilibet alteri inaequale, puta primum maius secundo et secundum maius tertio et sic consequenter, et primum illorum est aggregatum ex primo et ultimo, et secundum ex secundo et septimo, et tertium ex tertio et sexto, et quartum ex quarto et quinto. Igitur maximum illorum, puta aggregatum ex primo et ultimo, est maius quam quarta, et minimum, puta aggregatum ex quarto et quinto, est minus quam quarta. Et sic in omnibus aliis operaberis. Patet ergo correlarium. ¶ Sexto sequitur, quod si sint plures termini in numero pari constituti continuo maiores et maiores continuo maiori et maiori excessu se excedentes, aggregatum ex primo et ultimo est maius quam pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum, in quo illi termini constituuntur, et aggregatum ex duobus mediis immediatis aequaliter distantibus ab extremis minus quam pars aliquota denominata ab eodem numero subduplo, ut 4, 5, 7, 10, 14, 19 captis aggregatum ex extremis, puta ex 4 et 19, est maius quam tertia totius aggregati ex omnibus illis, et aggregatum ex 7 et 10 est minus quam tertia totius. Hoc correlarium ex praecedenti suam sortitur demonstrationem et quidem evidenter, quoniam in eisdem terminis demonstratur ordine praepostero se habentibus, puta in isto incipiendo a minoribus, in praecedenti vero a maioribus. ¶ Sequitur septimo, quod si sint plures termini numero pari constituti continuo minores et minores maiori et maiori excessu sese continuo excedente[s], aggregatum ex primo et ultimo erit minor pars aliquota totius aggregati ex omnibus,

quam sit pars aliquota denominata a numero subduplo ad numerum parem, in quo sunt constituti dati termini, et aggregatum ex duobus mediis immediatis aequaliter distantibus ab extremis est maius quam talis pars aliquota, ut captis his terminis 12, 11, 9, 6 aggregatum ex 12 et sex est minus quam medietas aggregati omnium illorum, medietas denominatur a numero binario, qui est subduplus ad numerum quaternarium, in quo illi termini sunt constituti, et aggregatum ex 11 et 9 est maius quam medietas. Ut captis his terminis 12, 11, 9 [et] 6 aggregatum ex 12 et sex est minus quam medietas aggregati omnium illorum, medietas denominatur a numero binario, qui est subduplus ad numerum quaternarium, in quo illi termini sunt constituti, et aggregatum ex 11 et 9 est maius quam medietas. Probatur, et sint A, B, C, D, E [et] F 6 termini continuo minores et minores maiori continuo differentia sese excedentes, et quia illi sunt constituti in numero senario, dico, quod aggregatum ex primo et ultimo est minor pars totius quam pars aliquota eiusdem totius denominata a numero subduplo ad senarium, quae est una tertia, et aggregatum ex duobus intermediis immediatis aequaliter distantibus ab extremis, puta C [et] D, est maius quam talis pars aliquota totius, puta quam tertia. Probatur, quia tale aggregatum componitur ex tribus partialibus aggregatis adaequate, puta ex aggregato ex A et F et ex aggregato ex B et E et aggregato ex C et D, et aggregatum ex A et F est minus secundo aggregato, et secundum [aggregatum est] minus tertio. Igitur aggregatum ex A et F est minus quam tertia totius, et aggregatum ex C [et] D maius quam tertia totius. Patet haec consequentia, quia quando aliquid componitur ex tribus, quorum quodlibet cuiuslibet alteri est inaequale, maius illorum est maius quam tertia, et sic dices, quando componitur ex quatuor adaequate, quorum quodlibet cuiuslibet alteri est inaequale, et ex 5 et ex 6 et sic deinceps, ut postea ostendetur. Iam probo minorem videlicet, quod aggregatum ex A et F est minus secundo aggregato, puta ex B et E, quia si tanto excessu et differentia A excederet B, quanta E excedit F, tunc aggregatum ex A et F esset aequale aggregato ex B et E, ut patet ex secunda conclusione, sed modo aggregatum ex A [et] F est minus quam tunc, quia A est tantum sicut tunc, et F est minus quam tunc, quia maiori differentia exceditur modo quam tunc ab eodem, puta E, igitur aggregatum ex A et F est minus quam aggregatum ex B et E, et eadem ratione probabis, quod aggregatum ex B et E est minus aggregato ex C et D, et sic patet minor et totum correlarium, quoniam et si ista sit particularis demonstratio, tamen dat formam universaliter probandi quibuscumque terminis paribus constitutis. ¶ Similia correlaria poteris inferre quibuscumque terminis in {impari}¹ numero constitutis, sive continuo maioribus et maioribus maiori continuo differentia se excedentibus sive eocontra et cetera, quae omnia praedictorum auxilio facile monstrari possunt.

Tertia conclusio in hac medietate arithmetica, quod „sub extremis“ continetur cum quadrato differentiae, aequale est quadrato medii. Haec conclusio est tertia decimi elementorum Iordani, et brevitatis causa hic non demonstratur, quia eius demonstratio prolata est eo, quod dependet ex decima quarta et decima nona primi elementorum eiusdem Iordani. ¶ Adverte tamen pro intelligentia contextus ipsius conclusionis, quod illud dicitur contineri „sub extremis“ arithmeticae proportionalitatis, quod resultat ex ductu unius extremi in alterum, ut numerus octonarius continetur sub extremis huius proportionalitatis 4, 3, 2, quia ducendo

4 per 2 resultant octo. Bis enim 4 sunt octo. Item 32 continentur sub extremis huius proportionalitatis arithmeticae 8, 7, 4, quam ducendo 8 per 4 resultant 32. Quater enim octo sunt 32. ¶ Adverte ulterius, quod quadratum medii termini est illud, quod resultat ex ductu medii termini in seipsum, ut numerus novenarius est quadratum medii in hac arithmetica proportionalitate 4, 3, 2, quia resultat ex ductu numeri ternarii in seipsum. Nam ter tria sunt novem. ¶ Quadratum autem differentiae est illud, quod resultat ex ductu differentiae in seipsum, ut in hac arithmetica medietate 8, 6, 4 numerus quaternarius est quadratum d[ifferentiae]. Nam differentia est numerus binarius, ut constat. Binarius enim ductus in seipsum quaternarium educit, ut constat. ¶ His dictis sensus conclusionis est talis: numerus resultans ex ductu unius extremi in alterum in medietate arithmetica continua cum numero resultante ex ductu differentiae in seipsam est aequalis numero, qui fit ex ductu medii in seipsum, ut in hac medietate 8, quae fiunt ex ductu unius extremi in alterum, iuncto quaternario numero, qui fit ex d[uctu] differentiae in seipsam, sunt aequalia 36, quae fiunt ex ductu senarii medii termini in seipsum.

Quarta conclusio in medietate geometrica quatuor terminis constituta: si primus ad secundum sicut tertius ad quartum, ita primus ad tertium sicut [secundus] ad quartum se habeat, necesse est, ut quia sicut se habent octo ad quatuor, ita se habent sex ad tria, consequens est, quod sicut se habent octo ad sex, ita quatuor ad tria. Probatur, sint A, B, C, D quatuor termini in medietate geometrica, et habeat se A ad B, sicut C ad D, tunc dico, quod sicut se habet A ad C, ita B ad D. Quod sic probatur et primo in numeris, quia si sicut se habet A ad B, ita C ad D, B est pars vel partes aliquotae respectu A eiusdem denominationis, sicut D ipsius C, et ultra B est pars aliquota vel partes aliquotae eiusdem denominationis respectu A sicut D respectu C, ergo sicut se habet A ad C, ita B ad D. Quod fuit probandum. Secunda consequentia patet ex undecima suppositione huius capituli, et prima patet ex hoc, quod inferius probabitur. Si aliqui duo numeri maiores habent consimiles proportionales ad duos minores, illi minores numeri sunt partes aliquotae maiorum consimilis denominationis. Et sit haec prima proprietas geometricae medietatis.

Probatur iam universaliter: sint A, B, C [et] D quatuor termini in hac medietate geometrica constituti, sive continuo proportionabiles sive discontinu[o] sive proportione rationali sive irrationali, et ipsius A ad B sit F proportio, et similiter ipsius C ad ipsum D sit F proportio, et sit A ad C G proportio, et tunc dico, quod etiam B ad D est G proportio. Quod probatur sic: et capio proportionem G, quae est A ad C, et volo, quod a deperdat proportionem F, quam habet ad B, ita quod in fine maneat aequale ipsi B, ut oportet, et C perdat eandem proportionem F, quam ex hypothesi habet ad ipsum D, ita quod in fine maneat aequale ipsi D, et arguo sic: huius proportionis G, quae est A ad C, aequalem omnino proportionem deperdit terminus maior sicut minor, quia uterque [deperdit] F proportionem, ut patet ex hypothesi, igitur facta tali diminutione adhuc manet inter residuum maioris termini et minoris eadem proportio G, ut patet ex secunda parte decimae suppositionis secundi capituli secundae partis, sed residuum maioris termini est B, et residuum minoris D, ut patet ex hypothesi, igitur B ad D est G proportio,

¹Sine recognitis: pari.

Secūde partis

1. corref. scōa ppe tas medi etar; gro trice,

positio qd fuit pbādū. Et sic p̄t̄z p̄clusio ḡnāliter. q̄ Ex h̄ac conclusiōe sequitur primo q̄ constitu-
tio quatuor terminū in hac medietate sicut ag-
gregatū ex tertio et quarto ad quartū vt constitu-
tis his quatuor terminū. s. 4. 6. 3. sicut se habent
s. et. 4. ad. 4. ita. 6. et. 3. ad. 3. Probatur et sicut q̄-
tuor terminū in hac medietate geometrica p̄por-
tionabiles a. b. c. d. dico q̄ qualis est p̄portio. ab.
ad b. talis est c. d. ad d. Quod probatur sic et vo-
lo q̄ b. addatur ipsi a. et d. ipsi c. et arguo sic sicut
se habet a. ad b. ita c. ad d. ergo b. est talis pars ali-
quota vel partes aliquote et eiusdem denomina-
tionis respectu a. qualis est b. respectu c. (et proce-
das a maioribus versus minores) et b. additur ip-
si a. et d. ipsi c. igitur equalem p̄portioem acqui-
rit a. supra se sicut c. supra se p̄t̄er consequentia
ex correlario vndecime suppositionis: teandez p̄-
portioem quā acquisiuit a. supra se acquisiuit p̄o-
portio ipsius a. ad b. et similiter eam quam acqui-
siuit c. supra se acquisiuit p̄portio ipsius c. ad d.
vt patet ex probatione none suppositionis igitur
facta tali acquisitione qualis est p̄portio .ab.
ad b. talis est .cd. ad d. quod fuit pbandum p̄t̄er
consequentia quia p̄portio a. ad b. est equa-
lis p̄portioem .cd. ad d. et equalem p̄portioem ac-
quirunt ille due p̄portiones igitur in fine manēt
eql̄es qz si equalibus eql̄ia addas .c. s. in fine vna
illaz p̄portioem .ab. ad d. b. et alia .c. ad d. et
volō p̄portioem .ab. ad b. est equalis p̄portioem .cd.
ad d. Eodem mō pbatis si procedas ad minoribus
ad maiores terminos in p̄portioem minoris ieq̄litas.
Sed eadē hyp̄thesi rētera ḡnāliter probat cor-
relariū sic: et volo q̄ a. diminuat ad eql̄itatem b. et c. ad
eql̄itatem d. et sic p̄dēt eql̄es p̄portiones ex hypo-
thesi: deū residuū ipsius a. acq̄rat supra se ipsū b.
et residuū c. acq̄rat ipsū d. et manifestum est q̄ ag-
gregati ex residuo a. et ipso b. ad ipsū b. et aggre-
gati ex residuo ipso c. et ipso d. ad ipsū d. est eql̄is
p̄portio pura dupla: volo igit q̄ aggregatum ex
residuo ipsius a. et ipso b. acq̄rat illa quantitatem
quā dep̄didit a. ita q̄ maneat aggregatū ex a. et b.
et aggregatū ex residuo ipsius c. et ipso d. acq̄rat
quantitatem quā dep̄didit ipsū c. ita q̄ maneat in fi-
ne aggregatū ex c. et d. et tunc seq̄tur q̄ aggregati
ex a. et b. ad ipm b. et aggregati ex c. et d. ad ipm
d. eadē p̄portio qd fuit pbādū. Probatur p̄na. qz
illi termini an acquisitionē quantitātē dep̄duat ab
ipso a. et ipso c. se habebant in eadē p̄portione pura
dupla vt dictū ē: et acquisierunt eql̄es p̄portiones
termini maiores illaz p̄portioem: igitur ut d̄ct̄os
terminos manēt eql̄is p̄portio: qz si eql̄ibz eql̄ia
addas .c. probatur minor: qz medietates illozū
terminozū maiorū eql̄es p̄portioes acquisierunt: igitur
et ipsi termini maiores eql̄es p̄portioes acq̄-
suerunt vt p̄t̄er tertia cōclusiōe septimi capit̄i p̄-
me pt̄io: et p̄na p̄portioes quas h̄nt ad maiores
terminos eql̄es p̄portiones acquisierunt vt p̄t̄er
suppositione huius. Et sic p̄t̄z correlariū qd sic medi-
etatis geometrice scōa p̄p̄etas q̄ Seq̄tur scōq̄
in hac medietate cōstitutis. 4. terminis ql̄is ē p̄por-
tio p̄mi ad fm talis ē p̄portio aggregati ex p̄mo et
tertio ad aggregatū ex scōo. et. 4. vt cōstitutis his
terminis. 1. 2. 6. 4. 1. ql̄ ē p̄portio. 12. ad. 6. talis ē p̄portio
12. et. 4. ad. 6. et. 2. Probatur sicut. 4. teri i hac medie-
tate a. b. c. d. dico q̄ si a. ad b. ita aggregatū ex
a. et c. ad aggregatū ex b. et d. qd sic ostendit. 1. in fi-
nis et volo q̄ a. acq̄rat c. et b. acq̄rat d. (et p̄cedo a
maioribz) et arguit sic sicut se h̄t a. ad b. ita c. ad d.
igitur p̄mutati ex. 4. p̄cedo sicut se h̄t a. ad c. ita b. ad d.
et ex p̄nti seq̄t. q̄ c. et p̄cedo ql̄ita vt p̄ter respectu a. eius

2. corref. p̄p̄tas medi etar; gro trice,

Capitulum secundum

dē denotatiōis sicut d. respectu b. vel eoz si p̄por-
tio a. ad c. sit minor ieq̄litas: ita acq̄rat c. et b. acq̄rat d.
igitur p̄portioem acq̄rat n̄ier maior h̄t p̄portioem
ē a. ad b. talis acq̄rat n̄ier minor. Cōsequētia p̄t̄er
scōo correlario octave suppositio: q̄ si fine facta tali
acquisitione manēt eadē p̄portio siue eql̄is illi qd iter
a: et b. vt p̄t̄er correlario decime suppositio et in fi-
ne manēt p̄portio. ac. ad bd. q̄ p̄portio. ac. ad
bd. ē equalis p̄portioem a. ad b. qd fuit pbandum
Sed eadē hyp̄thesi rētera probō ḡnāliter q̄ sicut
se h̄t c. ad d. ita se h̄t aggregatū ex. ac. ad aggrega-
tū ex. bd. Et arguo sic sicut se h̄t a. ad b. ita c. ad d. q̄
ex p̄clusiōe sicut se h̄t a. ad c. ita b. ad d. dimina-
tū igitur a. ad equalitatem c. et b. ad equalitatem d. sic ma-
nifestū ē q̄ equalē p̄portioem dep̄dit a. et b. Solo
igitur q̄ residuū ex a. acq̄rat supra se ipsū c. et residuū
ex b. ipsū d. et tūc aggregati ex residuo a. et ipso c.
ad ipsū c. ē illa p̄portio qd ē aggregati ex residuo
b. et ipso d. qz dupla vt p̄t̄er: acq̄rat q̄ aggregatū
ex residuo a. et ipso c. quantitatem quā p̄didit a. et ag-
gregatū ex residuo b. et ipso d. quantitatem quā dep̄di-
dit b. et tūc manifestū ē q̄ p̄portio aggregati ex re-
siduo a. et ipso c. ad ipsū c. et p̄portio aggregati ex
residuo b. et ipso d. ad ipsū d. eql̄es p̄portiones ac-
q̄rat qz medietates maior terminoz equalēs. p̄por-
tioes acq̄rat pura illas quas antea p̄didit et sic
maiores termini illaz p̄portioem eql̄es p̄portioes
acq̄rat vt p̄t̄er tertia cōclusiōe septimi capit̄i p̄me pt̄i:
igitur illos terminos qd sūt tā. ac. et. c. et. b. et. b. manēt
adhuc eql̄is p̄portio: et p̄na sicut se h̄t a. ad b. quod
fuit pbandum. Et solēt antiq̄ geometre et signanter
calculator vt hoc correlario sub his terminis. 2. na-
lis ē p̄portio minor talis ē p̄portio: vt si sint due
p̄portioes dupla: et cōp̄let terminū maior vni cū
termino maiore vlt̄er: et minor vni cū maiore alteri
us iter illos terminos sic p̄fectos manebit p̄portio
dupla. q̄ Seq̄tur. 3. q. 4. terminū in hac medietate p̄-
suerunt: ql̄is ē p̄portio scōi ad p̄mū talis ē quartū
ad tertū vt p̄stitutis. his 4. terminis. s. 4. 6. 3. ql̄is ē
p̄portio. 4. ad. s. talis ē. 3. ad. 6. p̄t̄er hoc corzele-
riū facile qm̄ sp̄ p̄portioes minorū ieq̄litas sunt
eql̄es iter se cū p̄portioes maioris ieq̄litas qdibus
corrdent iter se sūt equalēs: et eoz. Sicut i. oēs
dupla sūt equalēs: ita oēs subdupla sūt equalēs: et
sic oēs subtriple sūt eql̄es: ita oēs triple igitur si ta-
lis p̄portio fuerit a. ad b. maioris ieq̄litas ql̄is ē
c. ad d. p̄na ē q̄ p̄portio minoris ieq̄litas d. ad c. et
b. ad a. sicut eql̄es. Et ita ēt pballes si a. ad. b. fuit
p̄portio minoris ieq̄litas. Et h̄c sit. 4. p̄p̄tas geo-
metricae medietatis. q̄ Seq̄t. 4. q̄ dispositis. 4. ter-
minis sicut p̄m et scōs ad fm et tertū et quartū ad q̄
ita p̄m et fm et tertū ad q̄rtū vt p̄stitutis his. 4.
terminis. s. 4. 1. 1. qz. s. et. 4. ad. 4. ē talis p̄portio q̄
lis ē. et. 1. ad. 1. vt p̄t̄er p̄mo correlario huius p̄clu-
sionis. 3. ql̄is ē p̄portio p̄mi ad fm talis ē tertū ad
4. vt p̄t̄er. Probatur p̄mo i n̄ieris sint. 4. n̄ier a.
b. c. d. et sicut. ab. ad. b. ita c. ad. d. tūc d̄ correlariū
q̄ sicut a. ad b. ita c. ad d. et sit. a. maius b. et c. maius d.
et dep̄dat. ab. b. et. cd. d. et arguit sic sicut se h̄t. ab.
ad b. ita c. d. ad d. igitur b. et talis ps aliq̄a vel p̄tes
aliquē et eiusdē denotatiōis respectu ipsū. ab. ql̄is
ē d. respectu. cd. et. ab. p̄dit b. et. cd. p̄dit d. q̄ illi duo
n̄ieri maiores puta. ab. et. cd. p̄dit eql̄es p̄portio-
nes vt p̄t̄er. 1. corref. s. suppositio q̄ seq̄t q̄ quātā p̄-
portioem adeq̄te p̄dit p̄portio ab. ad b. tāta ade-
q̄te p̄dit p̄portio. cd. ad d. vt p̄t̄er nona suppositio
one: et ille p̄portioes ante erāt equalēs vt ponitur
igitur mō manēt equalēs: qz si ab equalibus equa-

eadē p̄-
portioem
uisor et p̄-
uctoz.

4. p̄p̄tas medi-
etar; geo-
metricae

quod fuit probandum. Et sic patet conclusio generaliter.

¶ Ex hac conclusione sequitur primo, quod constitutis quatuor terminis in hac medietate sicut aggregatum ex primo et secundo ad secundum, ita aggregatum ex tertio et quarto ad quartum, ut constitutis his quatuor terminis 8, 4, 6, 3 sicut se habent 8 et 4 ad 4, ita 6 et 3 ad 3. Probatur: et sint quatuor termini in hac medietate geometrica proportionabiles A, B, C [et] D, dico, quod qualis est proportio AB ad B, talis est CD ad D. Quod probatur sic: et volo, quod B addatur ipsi A, et D [addatur] ipsi C, et arguo sic: sicut se habet A ad B, ita C ad D, ergo B est talis pars aliquota vel partes aliquotae et eiusdem denominationis respectu A, qualis est D respectu C, (et procedas a maioribus versus minores) et B additur ipsi A, et D ipsi C, igitur aequalem proportionem acquirit A supra se, sicut C [acquirit] supra se. Patet consequentia ex correlario undecimae suppositionis, et eandem proportionem, quam acquisivit A supra se, acquisivit proportio ipsius A ad B, et similiter eam, quam acquisivit C supra se, acquisivit proportio ipsius C ad D, ut patet ex probatione nonae suppositionis, igitur facta tali acquisitione qualis est proportio AB ad B, talis est CD ad D. Quod fuit probandum. Patet consequentia, quia proportio A ad B est aequalis proportioni C ad D, et aequalem proportionem acquirit ille duae proportiones, igitur in fine manent aequales, quia si aequalibus aequalia addas et cetera, sed in fine una illarum proportionum est AB ad B, et alia est CD ad D, ergo proportio AB ad B est aequalis proportioni CD ad D. Eodem modo probabis, si procedas ad minoribus ad maiores terminos in proportione minoris inaequalitatis. Sed eadem hypothesei retenta generaliter probatur correlarium sic: et volo, quod A diminuatur ad aequalitatem B, et C ad aequalitatem D, et sic perdet aequales proportiones ex hypothesei, deinde residuum ipsius A acquirat supra seipsum B, et residuum C acquirat ipsum D, et manifestum est, quod aggregati ex residuo A et ipso B ad ipsum B et aggregati ex residuo ipsius C et ipso D ad ipsum D est aequalis proportio, puta dupla, volo igitur, quod aggregatum ex residuo ipsius A et ipso B acquirat illa quantitatem, quam deperdidit A, et manifestum est, quod aggregati ex A et B, et aggregatum ex residuo ipsius C et ipso D acquirat quantitatem, quam deperdidit ipsum C, ita quod maneat in fine aggregatum ex C et D, et tunc sequitur, quod aggregati ex A et B ad ipsum B et aggregati ex C et D ad ipsum D est eadem proportio. Quod fuit probandum. Probatur consequentia, quia illi termini ante acquisitionem quantitatum deperditarum ab ipso A et ipso C se habebant in eadem proportione, puta dupla, ut dictum est, et acquisiverunt aequales proportiones termini maiores illarum proportionum, igitur iter datos terminos manet aequalis proportio, quia si aequalibus aequalia addas et cetera. Probatur minor, quia medietates illorum terminorum maiorum aequales proportiones acquisiverunt, igitur et ipsi termini maiores aequales proportiones acquisiverunt, ut patet ex tertia conclusione septimi capitis primae partis, et per consequens proportionem, quas habent ad minores terminos, aequales proportionem acquisiverunt, ut patet ex suppositione huius. Et sic patet correlarium, quod sit medietatis geometricae secunda proprietas. ¶ Sequitur secundo, quod in hac medietate constitutis 4 terminis qualis est proportio primi ad secundum, talis est proportio aggregati ex primo et tertio ad aggregatum ex secundo et 4., ut constitutis his terminis 12, 6, 4, 2 qualis est proportio 12 ad 6, talis est proportio 12 et 4 ad 6 et 2. Probatur: sint 4 termini in hac medietate ABCD, et dico, quod sicut A ad B, ita aggregatum ex A et C ad aggregatum ex B et D. Quod sic ostenditur et [primo] in numeris: et volo, quod A acquirat C, et B acquirat D, (et procedo a maioribus), et arguitur sic: sicut se habet A ad B, ita C ad D, igitur permutatim ex 4. conclusione sicut se habet A ad C, ita B ad D, et ex consequenti sequitur, quod C est pars aliquota vel partes respectu A eiusdem denominationis, sicut D respectu B vel eocontra, si proportio A ad C sit minoris inaequalitatis, et A acquirat C, et B acquirat D, igitur qualem proportionem acquirat numerus maior huius proportionis, quae est A ad B, talem acquirat

numerus minor. Consequentia, patet ex secundo correlario octavae suppositionis, ergo in fine facta tali acquisitione manet eadem proportio sive aequalis illi, quae est inter A et B, ut patet ex correlario decimae suppositionis, et in fine manet proportio AC ad BD, ergo proportio AC ad BD est aequalis proportioni A ad B. Quod fuit probandum. Sed eadem hypothesei retenta probo generaliter, quod sicut se habet C ad D, ita se habet aggregatum ex A [et] C ad aggregatum ex B [et] D. Et arguo: sicut se habet A ad B, ita C ad D, ergo ex conclusione sicut se habet A ad C, ita B ad D, diminuatur igitur A ad aequalitatem C et B ad aequalitatem D, et sic manifestum est, quod aequalem proportionem deperdunt A et B. Volo igitur, quod residuum ex A acquirat supra seipsum C, et residuum ex B ipsum D, et tunc aggregati ex residuo A et ipso C ad ipsum C est illa proportio, quae est aggregati ex residuo B et ipso D, quia dupla, ut constat, acquirat ex residuo B et ipso D A et ipso C quantitatem, quam perdidit A, et aggregatum ex residuo B et ipso D [acquirit] quantitatem, quam deperdidit B, et tunc manifestum est, quod proportio aggregati ex residuo A et ipso C ad ipsum C et proportio aggregati ex residuo B et ipso D ad ipsum D aequales proportionem acquirunt, quia medietates maiorum terminorum aequales proportionem acquirunt, puta illas, quas antea deperdiderunt, et sic maiores termini illarum proportionum aequales proportionem acquirunt, ut patet ex tertia conclusione septimi capitis primae partis, igitur inter illos terminos, qui sunt iam AC et C, et BD et B manet adhuc aequalis proportio, et per consequens sicut se habet aggregatum ex A et C ad ipsum C, ita se habet aggregatum ex B et D ad ipsum D, igitur ex conclusione sicut se habet aggregatum ex A et C ad aggregatum ex B et D, ita se habet C ad D. Quod fuit probandum. Et solent antiqui geometrae, et signanter calculator, uti hoc correlario sub his [terminis]: qualis est proportio divisorum, talis est coniunctorum, ut si sint duae proportionem duplae, et compeletur terminus maior unius cum termino maiore ulterius, et minor unius cum minore alterius, inter illos terminos sic coniunctos manebit proportio dupla. ¶ Sequitur 3., quod 4 terminis in hac medietate constitutis talis est proportio secundi ad primum, talis est quarti ad tertium, ut constitutis his 4 terminis 8, 4, 6, 3 qualis est proportio 4 ad 8, talis est 3 ad 6. Patet hoc correlarium facile, quam semper proportionem minoris inaequalitatis sunt aequales inter se, cum proportionem maioris inaequalitatis, quibus correspondent inter se, sunt aequales et eocontra. Sicut enim omnes duplae sunt aequales, ita omnes subduplae sunt aequales, et sicut omnes subtriplae sint aequales, ita omnes triplae, igitur universaliter si talis proportio fuerit A ad B maioris inaequalitatis, qualis est C ad D, consequens est, quod proportio minoris inaequalitatis D ad C et B ad A sint aequales. Et ita etiam probasses, si A ad B fuisset proportio minoris inaequalitatis. Et haec sit 4 proprietas geometricae medietatis. ¶ Sequitur 4., quod dispositis 4 terminis sicut primus et secundus ad secundum et tertius et quartus ad quartum, ita primus ad secundum et tertius ad quartum, ut constitutis his 4 terminis 8, 4, 2, 1, quia 8 et 4 ad 4 est talis proportio, qualis est 2 et 1 ad 1, ut patet ex primo correlario huius conclusionis. Ideo qualis est proportio primi ad secundum, talis est tertius ad 4., ut constat. Probatur primo in numeris: sint 4 numeri A, B, C [et] D, et sicut AB ad B, ita C ad CD, tunc dicit correlarium, quod sicut A ad B, ita C ad D, et sit A maius B, et C maius D, et deperdat AB B, et CD D, et arguitur sic: sicut se habet AB ad B, ita CD ad D, igitur B est talis pars aliquota vel partes aliquotae et eiusdem denominationis respectu ipsius AB, qualis est D respectu CD, et AB perdit B, et CD perdit D, ergo illi duo numeri maiores, puta AB et CD, perdunt aequales proportionem, ut patet ex 1. correlario 8. suppositionis, ergo sequitur, quod quantum proportionem adaequate perdit proportio AB ad B, tantam adaequate perdit proportio CD ad D, ut patet ex nona suppositione, et illae proportionem ante erant aequales, ut ponitur, igitur modo manent aequales, quia si ab aequalibus aequalia

lia demas rē. sed modo manet p̄oportio a. ad b. et c. ad d. ergo ille sunt equales quod fuit p̄bādūz Synuversaliter p̄obatur q̄ si sicut se h̄y a. b. ad b. ita. c. d. ad d. tūc sic se h̄y a. ad b. ita c. ad d. Q̄d sic p̄obatur q̄z. sicut se h̄y a. b. ad b. ita c. d. ad d. ergo sicut se h̄abet a. b. ad c. d. ita b. ad d. vt patet ex cōdusione. Q̄lo igit q̄ a. b. p̄dat. b. et c. d. p̄dat d. ita q̄ maneāt a. et c. t̄ tūc arguo sic a. b. et c. d. se h̄abēt in ea p̄oportione in qua se h̄abent b. et d. q̄ sit f. ḡra argumenti: et a. b. terminus maior deperdit d. et c. d. terminus minor deperdit d. ergo inter deperditum a. maiori termino et deperditū a. minori ē p̄oportio f. puta iter b. et d. et talis p̄oportio puta f. est iter a. b. et c. d. vt p̄batū est: igit facta tali deperditione vel diminutione inter residuū ex a. b. et residuū ex c. d. manet p̄oportio f. vt p̄z ex septimo correlario quarte cōclusionis octauū capitū h̄ur par t̄is: et residuū ex a. b. ē a: et residuū ex c. d. est c. igit iter a. et c. est f. p̄oportio sicut inter b. et d. et p̄z sicut se h̄y a. ad c. ita b. ad d. puta in f. p̄oportione: et ex cōsequētī sequitur ex cōdusione q̄ sicut se h̄abet a. ad b. ita c. ad d. q̄d fuit p̄obandū. Et eodē mō p̄obares si a. ē t̄ terminus minor et b. maior et c. et c. minor et d. maior. ¶ Sequitur quito q̄ dispositis h̄ac medietate quatuor terminis: sicut aggregatū et q̄rto et tertio ad tertiu ita aggregatū ex secūdo et p̄io ad p̄imū vt dispositis h̄is terminis. 8. 4. 6. 3. sicut se h̄nt 3. et 6. ad 6. ita 4. et 8. ad 8. p̄obatur sint. 4. 3. m̄ini h̄ac medietate constituti a. b. c. d. tūc sicut se h̄abet d. c. ad c. ita d. a. ad a. Q̄d sic p̄obatur q̄z d̄i seditur sicut se h̄abet a. ad b. ita c. ad d. igitur sicut se h̄abet a. b. ad b. ita se h̄abet c. d. ad d. vt p̄z ex p̄mo correlario h̄ur cōclusionis: et vltra sicut se h̄abet a. b. ad b. ita c. d. ad d. igitur sicut se h̄y b. ad d. c. ita b. a. quod fuit p̄bandū. q̄z h̄ec cōsequētia ex p̄batione tertii correlariū huius cōclusionis. Et sic patet correlariū. ¶ Sequitur sexto q̄ dispositis 3. terminis cōtinuo p̄oportionabilibus h̄ac medietate: et alius tribus etiā cōtinuo p̄oportionabilibus eadē medietate: et eadē p̄oportione qua tres p̄iores cōtinuo p̄oportionant: sicut se h̄abēt extrema p̄mi ternarii: ita se h̄abēt extrema secūdi. vt constituti. 4. 7. 1. 2. 1. 6. 3. sicut se h̄abēt. 4. ad 1. ita 2. ad 3. Sint sex termini a. b. c. d. e. f. et cōtinuo p̄oportionentur tres p̄imi termini p̄oportione g. et eadē p̄oportione cōtinuo p̄oportionent alii tres puta d. e. f. et sit p̄oportio cōposita ad eade ex dupli c̄i g. h̄. tūc dico q̄ eadē est p̄oportio a. ad c. q̄ est d. ad f. Q̄d sic ostenditur. q̄z p̄oportio a. ad c. est h. et eadē est d. ad f. igitur eadē est p̄oportio a. ad c. q̄ est d. ad f. q̄d fuit p̄bādū. q̄z vtrobiq̄ h̄. p̄oportio p̄obatur maior: quia p̄oportio a. ad c. cōponitur ex duplici g. p̄oportione ad eade puta ex p̄oportione que est a. ad b. q̄ est g. et b. ad c. q̄ etiā est g. igitur illa p̄oportio a. ad c. est h. p̄ater consequētia q̄z p̄oportio h̄. vt p̄mis cōponitur ex duplici g. ad eade. Et isto mō probabis minorē: q̄m p̄oportio d. ad f. cōponitur ex duplici g. puta ex p̄oportione g. q̄ est d. ad e. et ex p̄oportione g. que est e. ad f. ad eade. Et sic patet correlariū. Et pari demonstratione ostendes: q̄ constitutis tribus quaternariis cōtinuo p̄oportionabilibus eadem p̄oportione: et quinq̄ quinariis: et in quo volueris nūero: in quacūq̄ p̄oportione se h̄abent extrema vni⁹ in eadē se h̄abent extrema cuiusvis alterius.

§. coeref.

6. coeref.

§. p̄petat medietatis geometricæ.

Quinta conclusio Quotlibet in hac medietate geometrica terminis constitutis continuo p̄oportionabilibus: qualis est illorum terminorum cōtinuo p̄oportio: talis est inter eorū differen

tias siue excessus. vt constitutis h̄is terminis. 16. 8. 4. 1. 1. qualis est p̄oportio. 6. ad 8. talis est excessus quo. 16. excedunt. 8. ad excessum quo. 8. excedūt. 4. et excessus quo. 4. excedunt. 1. ad excessum quo duo excedunt vnum vt patet. Est enim inter illos excessus p̄oportio dupla quē admodū iter tertios p̄obatur sint. 3. m̄ini cōtinuo p̄oportionabiles. f. p̄oportione puta a. b. c. d. e. et excessus quo p̄imus excedit secūdu sit a: et excessus quo secūdu excedit tertium sit c. tūc dico q̄ sicut f. p̄oportio est inter illos terminos: vtz iter p̄imum et secūdu et inter secūdu et tertium. ita etiā est f. p̄oportio inter a. et c. excessus ita q̄ a. ad c. est p̄oportio f. Q̄d sic ostendit q̄z b. ad d. est p̄oportio f. et a. ad c. est eadē p̄oportio igitur a. ad c. est f. p̄oportio quod fuit p̄bandū. p̄obatur maior quia b. est equale c. d. q̄z a. b. excedebat p̄ctise per a. ipsum. c. d. et sic remoto excessu. b. manebit equale c. d. et d. est equale e. eadem rōne: et inter. c. d. et e. est f. p̄oportio vt ponitur: ergo inter b. et d. est eadem f. p̄oportio q̄z a. tet consequētia q̄z oim equalitū est eadē p̄oportio: p̄obatur et capto vni⁹ terminū ad quem a. h̄abeat p̄oportione f. qui sit g. et arguo sic sicut se h̄abet b. ad d. ita se h̄abet a. ad g. puta in f. p̄oportione: ergo sicut se h̄abet b. ad d. puta in f. p̄oportione ita se h̄abet a. b. ad g. d. puta in f. p̄oportione. p̄batet h̄ec consequētia ex secūdo correlario q̄rte cōclusionis: et. ab. etiam ad. c. d. est p̄oportio f. vt ponitur igitur g. d. et c. d. sunt equalia. p̄batet consequētia quia idem tertium eandē p̄oportioes h̄y ad vtrumq̄ illorū: et vltra. g. d. et c. d. sūt equalia: g. eodē cōi de p̄to puta d. f. f. d. uia manebit equalia h̄y residua sunt g. et c. g. et c. sunt equalia et a. ad g. est f. p̄oportio vt positū est ergo a. ad c. est f. p̄oportio quod fuit p̄bandū p̄batet h̄ec consequētia quia eiusdē tertii ad vtrūq̄ duorū equalitū est eadē p̄oportio. Et sic p̄z conclusio Q̄m eo modo quo p̄obatur est in illis tribus terminis p̄obabitur quot cūq̄ dispositis cōtinuo p̄oportionabilibus h̄ac medietate. Et h̄ec sit quina p̄oportiones medietatis geometricæ. ¶ Ex h̄ac cōclusionē sequitur p̄imo q̄ si duo numeri inaequales continuo diminuantur continuo in eadem p̄oportione manentes: continuo deperditū maiori numero se h̄abet in eadē p̄oportione ad deperditū minori numero in qua cōtinuo se h̄abent illi numeri qui diminuantur. vt si numerus octonarius et quaternarius continuo diminuantur continuo manentes in p̄oportioe dupla: continuo deperditum ab octonario se h̄abit in p̄oportione dupla ad deperditum a quaternario. hoc correlariū facile ex demonstratione cōclusionis p̄obatur. ¶ Sequit̄ secūdo q̄ si nō continuo deperditum maiori numero se h̄abeat ad deperditum a minori numero in eadem p̄oportioe: in qua continuo se h̄abent illi numeri q̄ diminuantur: illi duo numeri inaequales cōtinuo diminuantur non se h̄abent in eadem p̄oportione rē. p̄batet hoc correlariū ex p̄io q̄m p̄cedens correlariū est vna cōditionalis: ita: igitur ex opposito p̄ntis eius sequit̄ oppositum antecedentis: et p̄ consequēs cōditionalis in qua arguitur ex opposito consequentis illius ad oppositum ant̄is est vera: et talis est correlariū igitur correlariū verum. ¶ Sequitur tertio q̄ si continuo deperditum a duobus numeris inaequalibus manent in eadem p̄oportione in qua se h̄abent illi numeri in principio deperditionis: numeri remanentes cōtinuo manent in eadem p̄oportione. vt si numerus duodenarius et senarius diminuantur: et continuo deperditum

1. coeref.

2. coeref.

3. coeref.

demas et cetera, sed modo manet proportio A ad B, et C ad D, ergo illae sunt aequales. Quod fuit probandum. Sed universaliter probatur, quod si sicut se habet AB ad B, ita CD ad D, tunc sicut se habet A ad B, ita C ad D. Quod sic probatur, quia sicut se habet AB ad B, ita CD ad D, ergo sicut se habet AB ad CD, ita B ad D, ut patet ex conclusione. Volo igitur, quod AB perdat B, et CD perdat D, ita quod maneat A et C, et tunc arguo sic: AB et CD se habent in ea proportione, in qua se habent B et D, quae sit F gratia argumenti, et AB terminus maior deperdit D, et CD terminus minor deperdit D, ergo inter deperditum a maiori termino et deperditum a minori est proportio F, puta inter B et D, et talis proportio, puta F, est inter AB et CD, ut probatum est. Igitur facta tali deperditione vel diminutione inter residuum ex AB et residuum ex CD manet proportio F, ut patet ex septimo correlario quartae conclusionis octavi capitis huius partis, et residuum ex AB est A, et residuum ex CD est C, igitur inter A et C est F proportio, sicut inter B et D, et per consequens sicut se habet A ad C, ita B ad D, puta in F proportione, et ex consequenti sequitur ex conclusione, quod sicut se habet A ad B, ita C ad D. Quod fuit probandum. Et eodem modo probares, si A essent terminus minor et B maior et etiam C minor et D maior. ¶ Sequitur quinto, quod dispositis in hac medietate quatuor terminis sicut aggregatum ex quarto et tertio ad tertium, ita aggregatum ex secundo et primo ad primum, ut dispositis his terminis 8, 4, 6, 3 sicut se habent 3 et 6 ad 6, ita 4 et 8 ad 8. Probatur: sint 4 termini in hac medietate constituti A, B, C [et] D, tunc sicut se habet DC ad C, ita BA ad A. Quod sic probatur, quia bene sequitur, sicut se habet A ad B, ita C ad D, igitur sicut se habet AB ad B, ita se habet CD ad D, ut patet ex primo correlario huius conclusionis, et ultra sicut se habet AB ad B, ita CD ad D, igitur sicut se habet D ad DC, ita B ad BA. Quod fuit probandum. Patet haec consequentia ex probatione tertii correlarii huius conclusionis. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur sexto, quod dispositis 3 terminis continuo proportionabilibus hac medietate et aliis tribus etiam continuo proportionabilibus eadem medietate et eadem proportione, qua tres priores continuo proportionantur, sicut se habent extrema primi ternarii, ita se habent extrema secundi, ut constitutis 4, 2, 1, [12], 6, 3 sicut se habent 4 ad 1, ita [12] ad 3. Sint sex termini A, B, C, D, E, F et continuo proportionentur tres primi termini proportione G, et eadem proportione continuo proportionentur alii tres, puta D, E, F, et sit proportio composita adaequate ex duplici G H, tunc dico, quod eadem est proportio A ad C, quae est D ad F. Quod sic ostenditur, quia proportio A ad C est H, et eadem est D ad F, igitur eadem est proportio A ad C, quae est D ad F. Quod fuit probandum, quia utrobique H proportio. Probatur maior, quia proportio A ad C componitur ex duplici G proportione adaequate, puta ex proportione, quae est A ad B, quae est G, et B ad C, quae etiam est G, igitur illa proportio A ad C est H. Patet consequentia, quia proportio H, ut ponitur, componitur ex duplici G adaequate. Et isto modo probabis minorem, quam proportio D ad F componitur ex duplici G, puta ex proportione G, quae est D ad E, et ex proportione G, quae est E ad F adaequate. Et sic patet correlarium. Et pari demonstratione ostendes, quod constitutis tribus quaternariis continuo proportionabilibus eadem proportione et quinque quinariis et in, quo volueris, numero in quacumque proportione se habent extrema unius, in eadem se habent extrema cuiusvis alterius.

Quinta conclusio: quotlibet in hac medietate geometrica terminis constitutis continuo proportionabilibus[] qualis est illo-

rum terminorum continuo proportio, talis est inter eorum differentias | sive excess[us], ut constitutis his terminis 16, 8, 4, 2, 1 qualis est proportio [1]6 ad 8, talis est excessus, quo 16 excedunt 8, ad excessum, quo 8 excedunt 4, et excessus, quo 4 excedunt 2, ad excessum, quo duo excedunt unum, ut patet. Est enim inter illos excessus proportio dupla, quemadmodum inter terminos. Probatur: sint 3 termini continuo proportionabiles F proportione, puta AB, CD [et] E, et excessus, quo primus excedit secundum, sit A, et excessus, quo secundus excedit tertium sit C, tunc dico, quod sicut F proportio est inter illos terminos, videlicet inter primum et secundum et inter secundum et tertium, ita etiam est F proportio inter A et C excessus, ita quod A ad C est proportio F. Quod sic ostenditur, quia B ad D est proportio F, et A ad C est eadem proportio, igitur A ad C est F proportio. Quod fuit probandum. Probatur maior, quia B est aequale CD, quia AB excedebat praecise per A ipsum CD, et sic remoto excessu B manebit aequale CD, et D est aequale E eadem ratione, et inter CD et E est F proportio, ut ponitur, ergo inter B et D est eadem F proportio. Patet consequentia, ita se habet AB ad GD, puta in F proportione. Patet haec consequentia ex secundo correlario quartae conclusionis, et AB etiam ad CD est proportio F, ut ponitur, igitur GD et CD sunt aequalia. Patet consequentia, quia idem tertium eandem proportionem habet ad utrumque illorum, et ultra GD et CD sunt aequalia, ergo eodem communi dempto, puta D, residua manebunt aequalia, sed residua sunt G et C, ergo G et C sunt aequalia, et A ad G est F proportio, ut positum est, ergo A ad C est F proportio. Quod fuit probandum. Patet haec consequentia, quia eiusdem tertii ad utrumque duorum aequalium est eadem proportio. Et sic patet conclusio: quam eo modo quo probatum est in illis tribus terminis, probabitur quotc[um]que dispositis continuo proportionabilibus hac medietate. Et haec sit quinta proprietatis medietatis geometricae. ¶ Ex hac conclusione sequitur primo, quod si duo numeri inaequales continuo diminuuntur continuo in eadem proportione manentes, continuo diminuuntur continuo in eadem proportione ad deperditum maiori numero se habent in eadem proportione ad deperditum minori numero, in qua continuo se habent illi numeri, qui diminuuntur, ut si numerus octonarius et quaternarius continuo diminuuntur continuo manentes in proportione d[u]pla, continuo deperditum ab octonario se habebit in proportione dupla ad deperditum a quaternario. Hoc correlarium facile ex demonstratione conclusionis probatur. ¶ Sequitur secundo, quod si non continuo deperditum maiori numero se habeat ad deperditum a minori numero in eadem proportione, in qua continuo se habent illi numeri, qui diminuuntur, illi duo numeri inaequales, qui continuo diminuuntur, non se habent in eadem proportione et cetera. Patet hoc correlarium ex priori, quam praecedens correlarium est una conditionalis vera, igitur ex opposito consequentis eius sequitur oppositum antecedentis, et per consequens conditionalis, in qua arguitur, ex opposito consequentis illius ad oppositum antecedentis est vera, et talis est correlarium, igitur correlarium verum.

¶ Sequitur tertio, quod si continuo deperditum a duobus numeris inaequalibus manent in eadem proportione, in qua se habent illi numeri in principio deperditionis, numeri remanentes continuo manent in eadem proportione, ut si numerus duodenarius et senarius diminuuntur, et continuo deperditum

Secunde partis

4. corref.

a duodenario se habeat in proportione dupla a senario: continuo illud quod remanet ex duodenario se habet in proportione dupla ad illud quod remanet a numero senario. Et sub tenore huius est pliego intelligo correlarium. Non enim in istis exactus sensus dialecticus est expetendus sed ipsa mathematica sententia est efflagitanda. Hoc correlarium perinde atque primum demonstrationem conclusionis exquirat. Applicata ut vales.

¶ Sequitur quarto quod quaecumque duo numeri in eadem proportione crescunt: et continuo se habent in eadem proportione: oportet quod continuo acquiratur maior numero se habeat in eadem proportione ad acquisitum minorem in qua se habent illi numeri crescentes. ut si numerus quaternarius et senarius continuo crescant et continuo manent in proportione sexquialtera: oportet quod continuo acquiratur quatuor ad sexquialtera ad acquisitum quaternario. Hoc correlarium eadem cum precedentibus demonstratione ostenditur. ¶ Sequitur quinto quod datis quibuscumque duobus numeris inaequalibus se habentibus in aliqua proportione et in eadem proportione excedit a maiore in eadem continuo tardius crescat maior: continuo tales numeri manent in eadem proportione. ut datus 4. et 6. se habentibus in proportione sexquialtera: si quando sex acquisierint aliquod incrementum. quatuor acquirant in sexquialtero minus: ipsi continuo manent in proportione sexquialtera. ¶ Probatur hoc correlarium quoniam si in eadem proportione in qua numerus maior se habet ad minorem velocius crescat quatuor minor: sequitur continuo inter acquisitum minorem numero est eadem proportio que est inter illos numeros. ut patet ex probatione conclusionis: et per consequens continuo tales numeri manent in eadem proportione Et sic patet correlarium

Sexta conclusio Datis tribus numeris in hac medietate constitutis: quod sit ex ductu extremi in extremum equale est quadrato medii: hoc est illi numero qui resultat ex ductu medii termini in seipsum. ut constitutis his tribus terminis. 8. 4. 2. numerus sexdenarius resultans ex ductu octonarii in binarium est equalis numero qui fit ex ductu quaternarii in seipsum ut constat. ¶ Probatur hec conclusio sint tres numeri a. b. c. in hac medietate constituti continuo proportionabiles. g. proportione. et sit d. numerus resultans ex ductu a. in b. et e. sit numerus resultans ex ductu b. in c. id est b. et f. numerus resultans ex ductu a. in c. tunc dico quod e. et f. sunt equales. Quod sic probatur: quoniam d. ad e. est proportio g. et d. ad f. est eadem proportio g. ergo e. et f. sunt equalia quod fuit probandum. ¶ Patet consequentia et maior ostenditur. quia sicut se habet d. ad a. ita se habet e. ad b. quod toties adequitur a. continetur in d. quoties est unitas in b. et toties continetur b. in e. quoties est unitas in b. cum d. fiat ex ductu a. in b. et e. ex ductu b. in c. igitur sicut se habet d. ad a. ita e. ad b. Consequentia claret ex tertia suppositione huius capituli: et ex consequenti sicut se habet d. ad a. ita e. ad b. ergo sicut se habet d. ad e. ita se habet a. ad b. sed a. ad b. est g. proportio ergo d. ad e. est g. proportio quod fuit probandum. ¶ Patet igitur maior. ¶ In probatione minor. quod d. in g. proportione plures continet a. quas f. continet id est a. adequitur: ergo d. se habet ad f. in g. proportione patet consequentia ex tertia suppositione allegata. ¶ Probatur antecedens quod d. toties continet a. quoties est unitas in b. cum a. in b. ducatur et inde resultat d. et f. toties continet a quo

Capitulum secundum

ties est unitas in eadem ratione: si in g. proportione plures continet unitas in b. quam in c. cum b. et c. se habeant in g. proportione: ergo in g. proportione plures continetur a. in d. quam in f. quod fuerat ostendendum. Et sic patet conclusio quod perfectio pulchra est et industria que fit huius medietatis. scilicet a proprietate. ¶ Et per hac conclusionem sequitur primo quod in hac medietate id quod fit ex ductu unius extremi ad tertium terminum alterum extremum est numerus quadratus: ¶ Probatur quod talis numerus est equalis quadrato medii termini g. est numerus quadratus quod sequentia patet de se et antecedens ex conclusione. ¶ Sequitur secundo quod si constitutis duobus numeris se habentibus in aliqua proportione maioris inaequalitatis rationali. numerus qui fit ex ductu unius extremi in alterum non est quadratus: inter tales terminos non est medium proportionabile. proportione rationali: ita quod primi ad illud medii sit eadem proportio rationalis que est illius medii ad tertium. ¶ Probatur hoc correlarium quia si inter tales numeros reperitur medium proportionabile. proportione rationali: puta aliquis numerus medio loco proportionabilis: iam sequitur quod ibi deperuntur tres numeri continuo. proportionabiles hac medietate. et per consequens numerus qui fit ex ductu extremi in extremum est equalis quadrato medii ut patet ex conclusione. igitur talis numerus est quadratus ut patet ex primo correlario quod est oppositum antecedenti correlarii. ¶ Probatur igitur correlarii oppositum consequenti oppositum antecedenti et per consequens correlarium verum. ¶ Sequitur tertio quod si medium proportionabile inter duos numeros se habentes in proportione maioris inaequalitatis non sit latus numeri contenti sub extremis: tunc numerus qui fit ex ductu unius extremi in alterum non est quadratus. ¶ Probatur sicut a. c. duo numeri se habentes in proportione maioris inaequalitatis a. maior c. minor: et numerus qui fit ex ductu a. in c. sit d. et e. sit medium proportionale inter a. et c. tunc dico quod si e. non sit latus ipsius d. d. non est numerus quadratus. Quod sic ostenditur: quod si d. sit numerus quadratus sequitur quod eius latus est e. igitur ex opposito sequitur oppositum: et per consequens correlarium verum. ¶ Probatur antecedens quia si d. est numerus quadratus cum non sit quadratus a. nec quadratus ipsius c. ut constat: quoniam quando duo numeri inaequales in seipsum ducuntur quod inde fit neutrius illorum est quadratus: sed est alicuius numeri minoris maiore illo eum et maioris minore: sit igitur talis numerus b. cuius d. est quadratum et sequitur quod a. ad b. est aliqua proportio: constituto igitur tres terminos continuo. proportionabiles illa proportione a. ad b. que sint a. b. h. et sequitur ex conclusione quod numerus qui fit ex ductu a. in h. est equalis ipsi d. et per consequens qui fit ex ductu a. in c. est equalis ipsi d. Imo est ipsum d. igitur h. et c. sunt numeri equales. ¶ Patet hec consequentia quod ex ductu unius termini in utrumque illorum resultat idem numerus. et sic tot unitates continet c. sicut h. et per consequens sunt equales. sed inter a. et h. est medium proportionale quod est latus quadrati quod fit ex ductu a. in h. quod latus est b. igitur inter a. et c. est medium proportionale quod est latus quadrati quod fit ex ductu a. in h. et per consequens medium e. inter a. et c. est latus numeri d. qui fit ex ductu a. in c. quod fuit probandum. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto quod constitutis duobus terminis se habentibus in aliqua proportione maioris inaequalitatis rationali si numerus qui fit ex ductu unius extremi in alterum sit quadratus.

1. corref.

2. corref.

3. corref.

4. corref.

c.ii.

a duodenario se habeat in proportio[ne] dupla a senario, continuo illud, quod remanet ex duodenario, se habet in proportione dupla ad illud, quod remanet a numero senario. Et sub tenore huius exempli ego intelligo correlarium. Non enim in istis exactus sensus dialecticus est expetendus, sed ipsa mathematica sententia est efflagitanda. Hoc correlarium perinde atque primum demonstrationem conclusionis exquirat. Applica, ut vales.

¶ Sequitur quarto, quod quodcumque duo numeri inaequales continuo crescunt et continuo se habent in eadem proportione, oportet, quod continuo acquisitum maiori numero se habeat in eadem proportione ad acquisitum minori, in qua se habent illi numeri crescentes, ut si numerus quaternarius et senarius continuo crescant et continuo manent in proportione sesquialtera, oportet, quod continuo acquisitum senario se habeat in proportione sesquialtera ad acquisitum quaternario. Hoc correlarium eadem cum praecedentibus demonstratione ostenditur. ¶ Sequitur quinto, quod datis quibuscumque duobus numeris inaequalibus se habentibus in aliqua proportione et in ea proportione, in qua minor exceditur a maiore, in eadem continuo tardius crescat maiore, continuo tales numeri manent in eadem proportione, ut datis 4 et 6 se habentibus in proportione sesquialtera, si quando sex acquisiverint aliquod crementum, quatuor acquirant in sesquialtero minus, ipsi continuo manent in proportione sesquialtera. Probatur hoc correlarium, quoniam si in eadem proportione, in qua numerus maior se habet ad minorem, velocius crescat quam minor, sequitur, quod continuo inter acquisitum minori numero est eadem proportio, quae est inter illos numeros, ut patet ex probatio[n]e conclusionis, et per consequens continuo tales numeri manent in eadem proportione. Et sic patet correlarium.

Sexta conclusio: datis tribus numeris in hac medietate constitutis, quod fit ex ductu extremi in extremum, aequale est quadrato medii, hoc est illi numero, qui resultat ex ductu medii termini[n]i in seipsum, ut constitutis his tribus terminis 8, 4, 2 numerus sexdenarius resultans ex ductu octonarii in binarium est aequalis numero, qui fit ex ductu quaternarii in seipsum, ut constat. Probatur haec conclusio: sint tres numeri A, B, C in hac medietate constituti continuo proportionabiles G proportione, et sit D numerus resultans ex ductu A in B, et E sit numerus resultans ex ductu B in idem B, et F numerus resultans ex ductu A in C, tunc dico, quod E et F sunt aequales. Quod sic probatur, quia D ad E est proportio G, et D ad F est eadem proportio G, ergo E et F sunt aequalia. Quod fuit probandum. Patet consequentia, et maior ostenditur, quia sicut se habet D ad A, ita se habet E ad B, quia toties adaequate A continetur in D, quoties est unitas in B, et toties continetur B in E, quoties est unitas in B, cum D fiat ex ductu A in B, et E ex ductu B in B, igitur sicut se habet D ad A, ita E ad B. Consequentia claret ex tertia suppositione huius capituli, et ex consequenti [patet]: sicut se habet D ad A, ita E ad B, ergo sicut se habet D ad E, ita se habet A ad B, sed A ad B est G proportio, ergo D ad E est G proportio. Quod fuit probandum. Patet igitur maior. Iam probatur minor, quia D in G proportione pluries continet A, quam F contineat idem A adaequate, ergo D se habet ad F in G proportione. Patet consequentia ex tertia suppositione praeallegata. Probatur antecedens, quia D toties continet A, quoties est unitas in B, cum A in B ducatur, et inde resultat D, et F toties continet A, quoties est unitas in C eadem ratione, sed in G proportione pluries conti-

net[ur] unitas in B quam in C, cum B et C se habeant in G proportione, ergo in G proportione pluries continetur A in D quam in F, quod fuerat ostendendum. Et sic patet conclusio, quae profecto pulchra est, et industria, quae sit huius medietatis sexta proprietatis. ¶ Ex hac conclusione sequitur primo, quod in hac medietate id, quod fit ex ductu unius extremi ad trium terminorum alterum extremum, est numerus quadratus. Probatur, quia talis numerus est aequalis quadrato medii termini, ergo est numerus quadratus. Consequentia patet de se, et antecedens ex conclusione. ¶ Sequitur secundo, quod si constitutis duobus numeris se habentibus in aliqua proportione maioris inaequalitatis rationali numerus, qui fit ex ductu unius extremi in alterum, non est quadratus, inter tales terminos non est medium proportionabile proportione rationali, ita quod primi ad illud medium sit eadem proportio rationalis, quae est illius medii ad tertium. Probatur hoc correlarium, quia si inter tales numeros reperiatur medium proportionabile proportione rationali, puta aliquis numerus medio loco proportionabilis, iam sequitur, quod ibidem reperiuntur tres numeri continuo proportionabiles hac medietate, et per consequens numerus, qui fit ex ductu extremi in extremum, est aequalis quadrato medii, ut patet ex conclusio[n]e, igitur talis numerus est quadratus, ut patet ex primo correlario, quod est oppositum antecedentis correlari probandi, infert igitur correlarii oppositum consequentis oppositum antecedentis, et per consequens correlarium verum. ¶ Sequitur tertio, quod si medium proportionabile inter duos numeros se habentes in proportione maioris inaequalitatis non sit latus numeri contenti sub extremis, tunc numerus, qui fit ex ductu unius extremi in alterum, non est quadratus. Probatur: sint A [et] C duo numeri se habentes in proportione maioris inaequalitatis, A maior, C minor, et numerus, qui fit ex ductu A in C, sit D, et E sit medium proportionabile inter A et C, tunc dico, quod si E non sit latus ipsius D, D non est numerus quadratus. Quod sic ostenditur, quia si D sit numerus quadratus, sequitur, quod eius latus est E, igitur ex opposito sequitur oppositum, et per consequens correlarium verum. Probatur antecedens, quia si D est numerus quadratus, cum non sit quadratus A nec quadratus ipsius C, ut constat, quam quando duo numeri inaequales in seipsos ducuntur, quod inde sit neutrius illorum est quadratum, sed est alicuius numeri minoris maiore illorum et maioris minore, sit igitur talis numerus B, cuius D est quadratum, et sequitur, quod A ad B est aliqua proportio, constituo igitur tres terminos continuo proportionabiles illa proportione A ad B, quae sint A, B [et] H, et sequitur ex conclusione, quod numerus, qui fit ex ductu A in H, est aequalis ipsi D, et per te numerus, qui fit ex ductu A in C, est aequalis ipsi D. Immo est ipsum D, igitur H et C sunt numeri aequales. Patet haec consequentia, quia ex ductu unius tertii in utrumque illorum resultat idem numerus, et sic tot unitates continet C sicut H, et per consequens sunt aequales, sed inter A et H est medium proportionabile, quod est latus quadrati, quod fit ex ductu A in H, quod latus est B, igitur inter A et C est medium proportionabile, quod est latus quadrati, quod fit ex ductu A in H, et per consequens medium E inter A et C est latus numeri D, qui fit ex ductu A in C. Quod fuit probandum. Et sic patet correlarium. ¶ Sequitur quarto, quod constitutis duobus terminis se habentibus in aliqua proportione maioris inaequalitatis rationali si numerus, qui fit ex ductu unius extremi in alterum, sit quadratus,

Secundepartis.

dratus: inter tales numeros reperitur medium p
 portionabile pportione rationali ita qd primi ad
 ipsum sit ea pportio rationalis que est ipsi ad
 tertium. et illius numeri quadrati tale medium est
 vnum latus. Probatur prima pars huius corre
 larit quia illa pars est vna cōditionalis ex cui op
 posito consequentis sequitur oppositum anteces
 dentis: vt patet ex secundo correlario: igitur illa
 pars vera. Secunda probatur ex correlario ime
 diate precedenti. ¶ Sequitur quito qd inter pmos
 numeros pportiois duple: triple: octuple: sexde
 altere rē non inuenitur medium pportionabile p
 portione rationali. Probatur primo de dupla q
 est inter istos terminos. 4. 2. quoniam numerus q
 sit ex ductu vnus extremi in alterum puta. 4. in. 2.
 non est quadratus igitur inter illa extrema non i
 uenitur medium pportionabile pportione rati
 onali. His patet intelligenti diuisionem num
 eri quadrati. et consequentia patet ex secundo
 correlario. Et eodē modo pbabis reliquas ptes.
 ¶ Et ex hoc habes pulchrū documentū ad cogno
 scendū quādo aliqua pportio iēq̄litas habet sub
 duplam pportionem ad eam rationalem. Quā
 do enim numerus resultans ex ductu vnus extre
 mi in alterum non est quadratus tunc talis ppor
 tio non habet pportionem rationalem subduplā
 ad illam cum non habeat medium pportionabile
 pportione rationali. et sic tale medium inter ter
 minos illius pportiois non se habet vt numerus
 respectu alicuius extremi illius pportiois. Si ei
 se haberet vt numerus: maioris extremi ad ipsum
 esset aliqua pportio rationalis: et ipse ad mini
 mum extremum esset eadem pportio rationalis: r
 sic iam ibi essent tres numeri continuo pportiona
 biles in hac medietate geometrica: et sic numerus
 qui sit ex ductu extremi in extremū esset quadrat
 us vt patet ex primo correlario quod est oppositū va
 ri. Et ex hoc facile elicitur pportionem irrationa
 lem necessario ponendā esse: quod nota.

Gratia ordinis obseruandi medietatis
 harmonice aliquas proprietates ponā quas
 non intendo demonstrare: quia huic operi parū
 conducunt. ¶ Prima proprietates Medietas har
 monica in maioribus terminis maiorem seruat p
 portionē quam in minoribus. Hoc est dicere qd ca
 ptis tribus terminis hac medietate pportionabi
 libus: maior est pportio maximi ad mediu: quā
 mediu ad minimū. vt constitutus sit terminis. 12. 8.
 6. maior est pportio. 12. ad. 8. que est sexquialte
 ra quā. 8. ad. 6. que est sexquitercia. ¶ Secunda p
 prietas. tribus terminis in hac medietate constitu
 tis medius terminus in collectas extremitates du
 ctus duplus numero qui sit ex extremo in extremū
 pducit. vt constitutus predictis terminis. 12. 8. 6. r
 collectis extremitates puta. 6. et. 12. que. 18. constituit
 numerus qui sit ex ductu mediu puta octonariū in
 collectas extremitates puta 12. est duplus ad nu
 merum qui sit ex ductu extremorum. 12. scilicet 18.
 Quod patet quia ille est. 144. hic vero. 72. mō con
 stat illū esse duplū ad hunc. ¶ Tertia proprietates
 in hac medietate determinatis extremis medius
 terminus reperitur si per extremorum coniuncto
 rum numerum: numerus qui ex differentia extre
 morum in minimū consurgit diuiditur. isq; qui
 ex diuisione relinquitur accipiat: atq; in minimo extre
 mo aggregetur. vt determinatis his terminis. 6.
 et. 3. si vis inuenire medium harmonicū inter il
 los addas extremū extrēo puta. 3. ipsi. 6. et erit 9.
 vbi ducas vnūq; inter. 6. r. 3. in. 3. minimū extremū:

irrōnalif
 pportio
 alio mō
 ponenda
 oñditur.
 pma ppe
 rias medi
 etas har
 monice.
 scda ppe
 rias medi
 etas har
 monice.
 3. ppetas
 medietas
 har
 monice.

Capitulam tertii.

et quia illa differentia est. 3. ex ductu eius in. 3. s
 unt. 9. diuidas igitur. 9. per. 9. et relictū ex diuissio
 ne erit vnitas: addas igitur vnitatem ternario: et
 aggregatum ex illa vnitate et ternario est medius
 harmonicū inter sex. et tria: est enim aggregatū
 illud quaternarius numerus. Modō. 6. 4. 3. ppor
 tionantur harmonicē. ¶ Et hic aduerte qd quibus
 cūq; duobus numeris inequalibus cōstitutis hac
 doctrina mediante reperies medium terminū in
 ter eos: et hoc cum fractione aut sine inter. 4. enim
 et. 3. medium harmonicū est. 3. cūq; tribus septimis
 Quomodo autem inueniatur medium geometricū
 cum partem ex his que dicta sunt patet et comple
 te in posterum dicitur.

¶ Capitulum tertium in quo
 agitur de quibusdam ppor
 tionalitatibus et modis argu
 endi in eis.

SEt modos argumentandi pro
 portionaliter siue in pportionalitati
 bus quibus nonunq; et philosophi r cal
 cularozes phisici vtrūq; ponit Euclides sexto ele
 mentozum et recentiores mathematici post eum.
 ¶ Istarum autem argumentationum prima dicit
 tur conuersa: secunda permutata: tertia coniu
 cta. quarta diuincta. quinta euerfa: r sexta equa.
 ¶ Pro intelligentia primi modi arguendi aduer
 tendum est qd in proposito antecedens alicuius p
 portiois dicitur terminus qui ad alterum com
 paratur et consequens terminus cui aliquis com
 paratur vt cum dicitur quatuor ad duo ille termi
 nus quatuor est antecedens et duo consequens et
 si dicamus duo ad quatuor duo dicuntur anteces
 dens et quatuor consequens. ¶ Istō supposito pro
 portionalitas conuersa est quando ex antecedent
 ribus sunt consequētia: et e contra. Vel aliter est
 pportionalitas illa tio in qua ex pportionibus
 maioris inequalitatis concluduntur pportio
 nes minoris inequalitatis eis correspondentes. sic
 arguendū sicut se habet octo ad quatuor ita duo a
 d vnum igitur sicut se habet vnum ad duo ita qua
 tuor ad octo. Et etiā econuerso cōcludēdo ex pro
 portionibus minoris inequalitatis pportiones
 maioris iēq̄litas: eis correspondētes. ¶ Permutata
 pportionalitas dicitur cū ex antecedēte scde ppor
 tiois sit pms prime r ex pmi prime sit ams scde. Vel
 aliter est dispositis quatuor terminis geometricē
 pportionalibus primi ad tertium. et secundi
 ad quartum pportionalis illatio sic arguendo
 sicut se habet. 8. ad. 4. ita. 1. ad. 1. igitur sicut se ha
 bent. 8. ad. 2. ita. 4. ad vnū. Et isto modo arguens
 endi vtrū philosophus in plerisq; locis vt in fi
 ne secundi perihermenias: in tertio topt. et in pri
 mo celi et mundi in tractatu de infinito. ¶ Coniun
 cta pportionalitas est a diuinctis terminis geo
 metrice pportionalibus ad coniunctos pro
 portionalis illatio. tali modo arguendo: sicut se
 habent. 8. ad. 4. ita. 1. ad. 1. igitur sicut se habent.
 octo et quatuor ad quatuor ita duo et vnū ad vnū
 ¶ Diuincta pportionalitas est a cōiunctis ter
 minis geometricē pportionalibus ad diuinc
 ctos pportionalis illatio. tali modo arguendo
 sicut se habent 8. et. 4. ad. 4. ita duo et vnū ad vnū
 igitur sicut se habent octo ad quatuor ita duo ad
 vnum. ¶ Euerfa pportionalitas est a diuicis ter
 minis geometricē pportionalibus ad coniun
 ctos ordine conuerso ad coniunctam pportio

pportio
 litas con
 uersa
 pmutata
 cōiuncta.
 diuincta.
 euerfa.

inter tales numeros reperitur medium proportionabile proportio-
ne rationali, ita quod primi ad ipsum sit ea proportio rationalis,
quae est ipsius ad tertium, et illius numeri quadrati tale medi-
um est unum latus. Probatum prima pars huius correlarii, quia illa
pars est una conditionalis, ex cuius opposito consequentis sequi-
tur oppositum antecedentis, ut patet ex secundo correlario, igitur
illa pars vera. Secunda probatur ex correlario immediate praecedenti.
¶ Sequitur quinto, quod inter primos numeros proportionis
duplae, triplae, octuplae, sesquialterae et cetera non invenitur me-
dium proportionabile proportio-
ne rationali. Probatum primo de du-
pla, quae est inter istos terminos 4 [et] 2, quoniam numerus, qui
fit ex ductu unius extremi in alterum, puta 4 in 2, non est quadra-
tus, igitur inter illa extrema non invenitur medium proportiona-
bile proportio-
ne rationali. Antecedens patet intelligenti definitio-
nem numeri quadrati, et consequentia patet ex secundo correlario.
Et eodem modo probabis reliquas partes. ¶ Et ex hoc habes pul-
chrum documentum ab cognoscendum, quando aliqua proportio
inaequalitatis habet subduplam proportionem ad eam rationalem.
Quando enim numerus resultans ex ductu unius extremi in alter-
um non est quadratus, tunc talis proportio non habet proportionem
rationalem subduplam ad illam, cum non habeat medium propor-
tionabile proportio-
ne rationali, et sic tale medium inter terminos
illius proportionis non se habet ut numerus respectu alicuius ex-
tremi illius proportionis. Si enim se haberet ut numerus, mai-
oris extremi ad ipsum esset aliqua proportio rationalis, et ipsius ad
minimum extremum esset eadem proportio rationalis, et sic iam
ibi essent tres numeri continuo proportionabiles in hac medietate
geometrica, et sic numerus, qui fit ex ductu extremi in extremum,
esset quadratus, ut patet ex primo correlario, quod est oppositum
dati. Et ex hoc facile elicitur proportionem irrationalem necessario
ponendam esse, quod nota.

Gratia ordinis observandi medietatis harmonicae aliquas
proprietates potentiae, quas non intendo demonstrare, quia huic
operi parum conducunt. ¶ Prima proprietas: medietas harmoni-
ca in maioribus terminis maiorem servat proportionem quam in
minoribus. Hoc est dicere, quod captis tribus terminis hac medi-
etate proportionabilibus maior est proportio maximi ad medium
quam medii ad minimum, ut constitutis his terminis 12, 8, 6 mai-
or est proportio 12 ad 8, quae est sesquialtera, quam 8 ad 6, quae
est sesquitercia. ¶ Secunda proprietas: tribus terminis in hac medi-
etate constitutis medius terminus in collectas extremitates ductus
duplum numero, qui fit ex extremo in extremum, producit, ut con-
stitutis praedictis terminis 12, 8, 6 et collectis extremis, puta 6 et
12, quae 18 constituunt, numerus, qui fit ex ductu medii, puta oc-
tonarii, in collectas extremitates, puta in 18, est duplus ad nume-
rum, qui fit ex ductu extremorum 12 scilicet in 6. Quod patet, quia
ille est 144, hic vero 72, modo constat illum esse duplum ad hunc.
¶ Tertia proprietas in hac medietate determinatis extremis medi-
us terminus reperitur, si per extremorum coniunctorum numerum
numerus, qui ex differentia extremorum in minimum consurgit,
dividitur, isque, qui ex divisione relinquitur accipitur, atque mi-
nimo extremo aggregatur, ut determinatis his terminis 6 et 3 si vis
invenire medium harmonicum inter illos, addas extremum extre-
mo, puta 3 ipsis 6, et erunt 9, deinde ducas differentiam inter 6 et

3 in 3 minimum extremum, | et quia illa differentia est 3, ex ductu
eius in 3 fiunt 9, dividas igitur 9 per 9, et relictum ex divisione erit
unitas, addas igitur unitatem ternario, et aggregatum ex illa unitate
et ternario est medium harmonicum inter sex et tria, est enim
aggregatum illud quaternarius numerus. Modo 6, 4, 3 proportio-
nantur harmonice. ¶ Et hic adverte, quod quibuscumque duobus
numeris inaequalibus constitutis hac doctrina mediante reperies
medium terminum inter eos, et hoc cum fractione aut sine, inter
4 enim et 3 medium harmonicum est 3 cum tribus septimis. Quo-
modo autem inveniat medium geometricum partim ex his, quae
dicta sunt, patet, et complete in posterum dicitur.

3. Kapitel des 2. Teils

Capitulum tertium, in quo agitur de quibusdam proportio- nalitatibus et modis arguendi in eis

Sex modos argumentandi proportionaliter sive in propor-
tionalitatibus, quibus nonnumquam et philosophi et calculatores
physici utuntur, ponit Euclides sexto elementorum et recentiores
mathematici post eum. ¶ Istarum autem argumentationum prima
dicitur conversa, secunda permutata, tertia coniuncta, quarta disi-
uncta, quinta eversa et sexta aequa. ¶ Pro intelligentia primi modi
arguendi advertendum est, quod in proposito antecedens alicuius
proportionis dicitur terminus, qui ad alterum comparatur, et con-
sequens terminus cui aliquis comparatur, ut cum dicitur quatuor
ad duo ille terminus, quatuor est antecedens et duo consequens,
et si dicamus duo ad quatuor, duo dicuntur antecedens et quatuor
consequens. ¶ Isto supposito proportionalitas conversa est, quan-
do ex antecedentibus fiunt consequentia et e contra. Vel aliter est
proportionalis illatio, in qua ex proportionibus maioris inaequali-
tatis concluduntur proportiones minoris inaequalitatis eis corre-
spondentes, sic arguendo sicut se habet octo ad quatuor, ita duo
ad unum, igitur sicut se habet unum ad duo, ita quatuor ad octo,
et etiam econverso concludendo ex proportionibus minoris inae-
qualitatis proportionem maioris inaequalitatis eis correspondentes.
¶ Permutata proportionalitas dicitur, cum ex antecedente secun-
dae proportionis sit consequens primae, et ex consequenti primae
sit antecedens secundae. Vel aliter est dispositis quatuor terminis
geometricis proportionalibus primi ad tertium et secundi ad quar-
tum proportionalis illatio sic arguendo: sicut se habet 8 ad 4, ita
2 ad 1, igitur sicut se habent 8 ad 2, ita 4 ad unum. Et isto modo
arguendi utitur philosophus in plerisque locis ut in fine secundi
perihermenias, in tertio topi et in primo caeli et mundi in tractatu
de infinito. ¶ Coniuncta proportionalitas est a disiunctis terminis
geomet[r]ice proportionalibus ad coniunctos proportionalis illa-
tio. Tali modo arguendo sicut se habent 8 ad 4, ita 2 ad 1, igitur si-
cut se habent octo et quatuor ad quatuor, ita duo et unum ad unum.
¶ Disiuncta proportionalitas est a coniunctis terminis geometricis
proportionalibus ad disiunctos proportionalis illatio tali modo
arguendo: sicut se habent 8 et 4 ad 4, ita duo et unum ad unum.
Igitur sicut se habent octo ad quatuor, ita duo ad unum. ¶ Eversa
proportionalitas est a divisis terminis geometricis proportio-
nabilibus ad coniunctos ordine converso ad coniunctam proportionalis